



Математическое моделирование и численные методы

Добрица Б.Т., Добрица Д.Б., Пашков С.В. Моделирование процесса взаимодействия высокоскоростного ударника с трехслойной разнесенной комбинированной преградой. Математическое моделирование и численные методы, 2018, № 2, с. 70-89.

Источник: <https://mmcm.bmstu.ru/articles/157/>

Моделирование процесса взаимодействия высокоскоростного ударника с трехслойной разнесенной комбинированной преградой

© Б.Т. Добрица¹, Д.Б. Добрица², С.В. Пашков³

¹МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, 105005, Россия

²АО «НПО им. С.А. Лавочкина», Московская обл., г. Химки, 141400, Россия

³НИИ ПММ ТГУ, Томск, 634050, Россия

Проведено численное исследование процесса взаимодействия высокоскоростного ударника с разнесенной комбинированной преградой, включающей сеточные экраны, с помощью авторской численной реализации в лагранжевой 3D-постановке на тетраэдрических ячейках. При исследовании применялся деформационный критерий разрушения по эквивалентной пластической деформации, метод Джонсона для расчета контактных взаимодействий и метод раздвоения расчетной сетки по узлам для описания трещин. Для осколков и контактных поверхностей использовались граничные условия идеального скольжения по касательной и непротекания по нормали. Проведена оценка защитных свойств трехслойной разнесенной преграды с двумя слоями сеточной защиты в широком диапазоне значений скоростей ударных воздействий, имитирующих воздействие микрометеоритов и фрагментов орбитального мусора на конструкции метеорной защиты космических аппаратов. Продемонстрированы высокие защитные свойства сеточных экранов и их преимущества перед сплошными экранами. Описана методика моделирования высокоскоростного взаимодействия с разнесенными преградами, позволяющая сократить время расчета для больших межпреградных расстояний.

Ключевые слова: высокоскоростное соударение, облако осколков, разнесенная преграда, разрушение, сеточный экран, численное моделирование

Введение. Задачи исследования процессов высокоскоростного соударения ударника с преградой актуальны для широкого ряда технических приложений, например, при разработке и оптимизации защиты космического аппарата (КА) от фрагментов орбитального мусора и метеорных частиц. Размещение перед корпусом тонких многослойных экранов, дробящих высокоскоростные частицы на фрагменты, уменьшает вероятность его пробоя. Замена сплошной пластины на сетку из высокопрочного материала в таком экране уменьшает массу защитной конструкции, что немаловажно для КА. Численное моделирование взаимодействия ударника с преградой является необходимым дополнением экспериментальных тестов и инженерных подходов при анализе метеорно-техногенной опасности полета КА.

Использование экранов из проволочной сетки для улучшения работоспособности защитных экранов в космонавтике практиковалось на американском сегменте МКС и в некоторых других проектах [1].

В работе [2] приведены результаты серии экспериментов, в которых оценивалась способность различных экранов влиять на степень дробления ударника, причем эффективной оказалась защитная конструкция из алюминиевых сеток и сплошного экрана, разнесенных на небольшое расстояние. В работе [3] на основе экспериментальных тестов разнесенной четырехслойной конструкции, наружным слоем в которой являлась проволочная алюминиевая сетка, получены баллистические уравнения для такого экрана и показано, что сочетание сетки и сплошных пластин позволяет уменьшить массу защитной системы на 30...40 % по сравнению с массой стандартной конструкции (щит Уиппла), состоящей из двух сплошных стенок. Эксперименты по высокоскоростному внедрению полиэтиленового ударника размером 15 мм в стальной струнный экран (диаметр проволоки $d = 0,5\ldots1,0$ мм) проведены в работе [4], где экспериментально обосновано качественное отличие характера разрушения ударника при его взаимодействии со струнным экраном от разрушения на сплошном экране. В работе [5] приведены результаты, полученные при исследовании характера высокоскоростного дробления ударников на преградах, причем испытывались как одиночные сетки, так и последовательности взаимодействующих с ударниками сеток со сплошной задней стенкой. Серия экспериментов по дроблению алюминиевых ударников на стальных сетках [6] показала зависимость формы фрагментации ударника от геометрических параметров сеток. В работе [7] представлены результаты экспериментов по оценке стойкости струнных и сеточных экранов к высокоскоростному (1,7...3,8 км/с) воздействию. Использовались сферический ударник диаметром 6,35 мм из алюминиевого сплава и сферический полиэтиленовый ударник диаметром 15 мм; защитные конструкции представляли собой струнный или сеточный экран, а также два струнных экрана. Моделирование проводилось методом SPH в программной среде LS-DYNA. В работе [8] экспериментальными и численными методами исследовались особенности разрушения алюминиевых и полиэтиленовых ударников на сетке из стальных струн при скорости воздействия около 3 км/с.

В перечисленных работах в качестве ударников использовались достаточно крупные частицы, однако в инженерном плане для совершенствования способов защиты уязвимых конструкций КА наиболее интересны результаты экспериментов и численного моделирования для частиц диаметром 2 мм и менее, в диапазоне значений скоростей 2,5...3,5 км/с и более.

Имеющиеся коммерческие программные пакеты, предназначенные для анализа защиты КА от высокоскоростных воздействий частиц космического мусора (например, инструмент моделирования AutoShield [1]), оснащены численными решателями методами SPH и лагранжевым AUTODYN-2D, AUTODYN-3D и ориентированы на

одиночные и многослойные экраны из сплошных пластин. В публикациях, посвященных численному моделированию процессов взаимодействия ударника с сеточными экранами, упоминаются исследования, которые проводились с использованием коммерческих пакетов [7]. Авторские программы для подобных исследований применяются редко.

Поскольку для наиболее распространенных микрометеоритов в ситуации взаимодействия с сеточным экраном размеры частицы сравнимы с диаметром проволоки и шагом сетки, при численном моделировании невозможно использовать подход, при котором применяются известные математические модели пористых материалов и экран со сложной геометрической структурой (сетка) представлен в виде пластины из пористого материала. Такой подход не учитывает основную особенность сеточных экранов — сосредоточенное воздействие проволоки сетки на ударник, которое создает большие градиенты скоростей, играющие существенную роль в разрушении ударника.

В настоящей статье с помощью авторской численной реализации [9, 10] исследована эффективность трехслойной разнесенной преграды, включающей сеточные экраны. В лагранжевой 3D-постановке рассматривается процесс взаимодействия сеточных преград с компактными элементами (алюминиевыми шариками). Предложенная модель взаимодействия высокоскоростного ударника с разнесенной комбинированной преградой соответствует типовым вариантам компоновки многослойной защиты, используемой для КА.

Предложенный подход к численному моделированию позволяет описать специфические особенности поведения сеточных экранов при высокоскоростных воздействиях, а также сравнить баллистические свойства сеточных экранов и сплошных преград.

Основные соотношения. Поведение материалов описывается моделью идеальной упругопластической среды. Основы механики деформируемого твердого тела изложены в издании [11]. Математическая формулировка динамической задачи взаимодействия ударника и преграды приведена в работе [12].

Система уравнений, описывающая движение сплошной среды, базируется на законах сохранения массы, импульса и энергии [13–17] и имеет следующий общий вид:

- уравнение неразрывности среды

$$\dot{\rho} + \rho u_{i,i} = 0, \quad (1)$$

- уравнение движения

$$\dot{u}_i = F_i + \frac{1}{\rho} \sigma_{ij,j}, \quad (2)$$

- уравнение энергии

$$\rho \dot{E} = \sigma_{ij} \dot{\varepsilon}_{ij} + \frac{p}{\rho} \dot{\rho}, \quad (3)$$

где ρ — текущая плотность среды; u_i — компоненты вектора скорости материальной частицы; F_i — компоненты вектора массовых сил; σ_{ij} — тензор напряжений; E — удельная (на единицу массы) внутренняя энергия; ε_{ij} — тензор деформаций; p — давление.

К этим уравнениям добавляются уравнения, которые учитывают термодинамические эффекты, связанные с адиабатным сжатием среды и прочностью среды. Это необходимо для замыкания системы уравнений, описывающей движение прочной сжимаемой среды.

Тензор скоростей деформаций имеет вид

$$\dot{\varepsilon}_{ij} = \frac{1}{2} (u_{i,j} + u_{j,i}). \quad (4)$$

Тензор напряжений

$$\sigma_{ij} = -\delta_{ij} p + s_{ij}, \quad (5)$$

где δ_{ij} — символ Кронекера; s_{ij} — девиатор тензора напряжений, отвечающий за реакцию на сдвиговое формоизменение материальной частицы.

Уравнение состояния выбиралось в форме Ми — Грюнайзена [16–18]:

$$p = p_c + p_t; \quad p_c = \frac{\rho_0 c_{ok}^2 \xi}{(1 - s\xi)^2} (1 - \gamma_0 \xi / 2); \quad p_t = \gamma_0 \rho (E - E_c), \\ E = E_c + E_t; \quad E_c = - \int_{V_0}^V p_c dV, \quad (6)$$

где $p = p(\rho, E)$ — давление как функция текущей плотности и энергии [17]; $p_c = p_c \rho$, p_t — холодная и тепловая составляющие давления; ρ_0 — начальная плотность; c_{ok} , s — постоянные материала; $\xi = 1 - V$; $V = \rho_0 / \rho$ — относительный объем; γ_0 — коэффициент Грюнайзена; E_c , E_t — холодная и тепловая составляющие внутренней энергии (см. уравнение (3)).

Для описания сопротивления тела сдвигу использовались соотношения Прандтля — Рейесса [17]:

$$s_{ij}^J + \lambda s_{ij} = 2\mu \dot{e}_{ij}, \quad \dot{e}_{ij} = \dot{\varepsilon}_{ij} - \dot{\varepsilon}_{ij} \delta_{ij}/3 \quad (7)$$

при условии пластиичности Губера — Мизеса

$$s_{ij}s_{ij} \leq 2Y_0^2/3, \quad (8)$$

где μ — второй параметр Ламе (модуль сдвига); \dot{e}_{ij} — компоненты деформатора скоростей деформаций; Y_0 — динамический предел текучести. Для определения скалярного множителя λ используется известная процедура приведения к кругу текучести. Как показано в работе [15], это эквивалентно решению полных уравнений Прандтля — Рейсса.

Материальная частица, двигаясь вдоль своей траектории, может вращаться как жесткое целое, что учитывается производной Яумана на [11]:

$$s_{ij}^J = \dot{s}_{ij} - \omega_{ik}s_{kj} - \omega_{jk}s_{ki}, \quad \omega_{ij} = \frac{1}{2}(u_{i,j} - u_{j,i}), \quad (9)$$

где ω_{ij} — тензор скоростей вращения.

В уравнениях (1)–(9) использованы общепринятые обозначения: $i, j, k = \{1, 2, 3\}$; по повторяющимся индексам выполняется суммирование; точка над символом — производная по времени; индекс после запятой — производная по соответствующей координате.

Известно, что пластические деформации, давление и температура влияют на предел текучести и модуль сдвига, поэтому модель была дополнена соотношениями, предложенными в работе [19]. В уравнение состояния для напряжения текучести Y включаются следующие параметры: эквивалентная пластическая деформация ε^P , температура T материала и давление p в нем. Когда напряжение текучести изменяется как функция параметров состояния среды, следует также учитывать изменение значения модуля сдвига.

Уравнение состояния для напряжения текучести по модели Штейнберга — Гуинана задается выражением [16, 19]

$$Y = Y^0 (1 + \beta \varepsilon^P)^n \left[1 + bpV^{1/3} - h(T - 300) \right] \quad (10)$$

при условиях

$$Y^0 (1 + \beta \varepsilon^P)^n \leq Y_{\max}, \quad Y = 0 \text{ при } T > T_m; \quad T_m = T_{m0} V^{2/3} e^{2\gamma_0(1-V)}. \quad (11)$$

Модуль сдвига μ определяется выражением

$$\mu = \mu_0 \left[1 + bpV^{1/3} - h(T - 300) \right]. \quad (12)$$

В формулах (10)–(12) Y^0 , Y_{\max} , β , n , μ_0 , b , h , T_{m0} и γ_0 являются константами материала.

Температура материала определяется из выражения [16]

$$T = \frac{1}{3R} \left(\frac{E}{\rho_0} - \varepsilon_0 \right); \quad (13)$$

$$\varepsilon_0 = \varepsilon_{00} + \varepsilon_{01}\delta + \varepsilon_{02}\delta^2 + \varepsilon_{03}\delta^3 + \varepsilon_{04}\delta^4. \quad (14)$$

Здесь $R = -\varepsilon_{00}/900$; $\varepsilon_{00}, \varepsilon_{01}, \varepsilon_{02}, \varepsilon_{03}, \varepsilon_{04}$ — константы материала; $\delta = \rho/\rho_0$.

В качестве критерия разрушения при интенсивных сдвиговых деформациях использовалось достижение эквивалентной пластической деформацией ε^P своего предельного значения ε_*^P [14, 17]:

$$\varepsilon^P = \int \sqrt{\dot{\varepsilon}_{ij}^P \dot{\varepsilon}_{ij}^P} dt < \varepsilon_*^P,$$

где $\dot{\varepsilon}_{ij}^P$ — пластическая составляющая компонент тензора скоростей деформаций.

Для описания трещин использовался метод раздвоения расчетной сетки по узлам — при выполнении в окрестности узла условия разрушения происходит расщепление узлов и образование поверхности разрушения.

Для расчета упругопластических течений использовалась методика, реализованная на тетраэдрических ячейках и базирующаяся на совместном применении метода Уилкинса [15, 16] для расчета внутренних точек тела и метода Джонсона [20, 21] для расчета контактных взаимодействий. Разностная схема в трехмерной реализации и ее физическая интерпретация приведены в работах [16, 17].

Начальные неоднородности структуры моделировались распределением эквивалентной пластической деформации по ячейкам расчетной области с помощью генератора случайных чисел, который выдает случайную величину, подчиняющуюся выбранному закону распределения. Плотности вероятности случайных величин были взяты в форме нормального гауссовского распределения со средним арифметическим, равным табличному значению, и с варьируемой дисперсией.

Начальные условия, записанные для i -го тела при $t = 0$ в счетной области $D^i(\mathbf{x}, t)$, где $\mathbf{x} = \mathbf{x}(t)$ — радиус-вектор материальной частицы, имеют вид [17]

$$\rho^i(\mathbf{x}, 0) = \rho^{i0}(\mathbf{x}); \quad u_j^i(\mathbf{x}, 0) = u_j^{i0}(\mathbf{x}); \quad s_{ij} = \varepsilon_{ij} = \sigma_{ij} = 0; \quad p = E = 0, \quad (15)$$

где $\rho^{i0}(\mathbf{x})$, $u_j^{i0}(\mathbf{x})$ — заданные начальные распределения плотности материала и вектора скорости.

Границные условия:

- на свободных поверхностях

$$\sigma_n = \sigma_\tau = 0; \quad (16)$$

• на поверхности контакта в условиях идеального скольжения и непроникания (для сжимающих напряжений)

$$\sigma_{n1} = \sigma_{n2}, \quad u_{n1} = u_{n2}, \quad \sigma_{\tau1} = \sigma_{\tau2} = 0, \quad (17)$$

где σ_n , σ_τ — нормальная и касательная компоненты вектора напряжений; u_n — нормальная компонента вектора скорости в точке контакта; индексы 1 и 2 относятся к контактирующим телам.

Таким образом, требуется в любой момент времени $t > 0$ найти функции $\mathbf{x}(t)$, $\mathbf{u}(x, t)$, $\rho(\mathbf{x}, t)$, $\sigma_{ij}(\mathbf{x}, t)$ и $E(\mathbf{x}, t)$, удовлетворяющие в областях $D^i(\mathbf{x}, t)$ уравнениям (1)–(9), начальным данным (15) и согласованным граничным условиям (16), (17) на свободных и контактных поверхностях.

Метод численного решения. При численном решении системы уравнений (1)–(9) вычислительный процесс организуется следующим способом [17]. Области $D^i(\mathbf{x}, 0)$ ставится в соответствие счетная область, в которой задается конечное множество точек — узлов. Счетная область покрывается ячейками сетки (в предложенной модели используется тетраэдрическая сетка). Вершины ячеек являются узлами сетки. В узлах определяются ускорения, компоненты векторов скорости и координат. Плотность, внутренняя энергия, компоненты тензоров напряжений и скоростей деформаций определяются в ячейках и относятся к геометрическим центрам ячеек.

В основе метода Уилкинса лежит схема «крест» с искусственной вязкостью. Расчет осуществляется путем перехода от известного состояния задачи на момент времени t^n к состоянию на момент времени t^{n+1} и повторяется до получения полной картины движения на заданном интервале времени.

Для построения разностной схемы необходимо аппроксимировать частные производные по пространственным переменным. Из формулы Остроградского — Гаусса имеем [17]

$$\frac{\partial \Phi}{\partial x_i} = \lim_{V \rightarrow 0} \frac{1}{V} \iint_S \Phi(\mathbf{n} \cdot \mathbf{i}) ds, \quad (18)$$

где Φ — скалярная функция в объеме V ; x_i — декартова координата; V, S — некоторый объем и ограничивающая его кусочно-гладкая поверхность; \mathbf{n}, \mathbf{i} — вектор внешней нормали к поверхности S и единичный вектор вдоль оси x_i соответственно; ds — элемент поверхности S .

В трехмерном случае для тетраэдрической ячейки объем вычисляется по формуле

$$V = \frac{1}{6} (\mathbf{r}_{12} \times \mathbf{r}_{13}) \cdot \mathbf{r}_{14},$$

где векторы \mathbf{r} расположены на ребрах тетраэдра и тройка $(\mathbf{r}_{12}, \mathbf{r}_{13}, \mathbf{r}_{14})$ правая.

Масса ячейки в начальный момент времени используется в дальнейшем для нахождения текущей плотности (на момент времени t^n) из соотношения

$$m = \rho^0 V^0 = \rho^n V^n = \text{const},$$

где V^n, ρ^n — текущие объем и плотность ячейки.

С использованием соотношения (18) для ячейки компоненты тензора скоростей деформаций определяются следующим образом:

$$\begin{aligned} u_{i,j}^{n+1/2} = & \frac{1}{6V^{n+1/2}} \left[\left(u_{i,1} + u_{i,2} + u_{i,3} \right) S_{j,123} + \left(u_{i,1} + u_{i,2} + u_{i,4} \right) S_{j,124} + \right. \\ & \left. + \left(u_{i,1} + u_{i,3} + u_{i,4} \right) S_{j,134} + \left(u_{i,2} + u_{i,3} + u_{i,4} \right) S_{j,234} \right]^{n+1/2}, \end{aligned}$$

где $i, j = \{1, 2, 3\}$, $u_{i,l}$ — скорости движения в узлах 1...4 ячейки (l — номер ячейки); V — текущий объем ячейки; $S_{j,\zeta\zeta\zeta} = (\mathbf{r}_{\zeta\zeta} \times \mathbf{r}_{\zeta\zeta}) \cdot \mathbf{j}/2$ — проекция площади соответствующей грани тетраэдра на единичный вектор \mathbf{j} оси x_j .

Компоненты тензора скоростей деформаций в ячейках определяются по формуле (4), девиатор скоростей деформаций — по формуле (7).

Девиатор тензора напряжений определяется из следующих разностных соотношений:

$$S_{ij}^* = S_{ij}^n + 2\mu \dot{e}_{ij} \Delta t^{n+1/2} + (\omega_{ik}^n S_{kj}^n + \omega_{jk}^n S_{ki}^n) \Delta t^{n+1/2};$$

$$S_{ij}^{n+1} = S_{ij}^*, \text{ если } S_{ij}^* S_{ij}^* \leq 2Y_0^2/3, \text{ и } S_{ij}^{n+1} = \frac{S_{ij}^* Y_0 \sqrt{2/3}}{\sqrt{S_{ij}^* S_{ij}^*}}, \text{ если } S_{ij}^* S_{ij}^* > 2Y_0^2/3;$$

значения ω_{ij} определяются по формуле (9).

Здесь s_{ij}^* — расчетные значения компонент девиатора напряжений (до корректировки).

Приращение эквивалентной пластической деформации

$$(\dot{\varepsilon}_{eqv}^p)^{n+1} = \sqrt{2\dot{\varepsilon}_{ij}^p \dot{\varepsilon}_{ij}^p / 3},$$

$$\text{где } \dot{\varepsilon}_{ij}^p = \frac{1}{2\mu} (s_{ij}^* - s_{ij})^{n+1}.$$

Давление и удельная внутренняя энергия в ячейке вычисляются следующим образом:

$$p^{n+1} = A(\rho^{n+1}) + B(\rho^{n+1}) E^{n+1};$$

$$E^{n+1} = \frac{E^n - \left\{ 0,5 \left[A(\rho^{n+1}) + p^n \right] + q^n \right\} (V^{n+1} - V^n) + \Delta z^{n+1/2}}{1 + 0,5 B(\rho^{n+1}) (V^{n+1} - V^n)},$$

где $A(\rho)$, $B(\rho)$ — функции относительного объема V ячейки;

$q^n = \frac{1}{2} (q^{n+1/2} - q^{n-1/2})$ — искусственная вязкость в ячейке, которая

вычисляется через изменение удельного объема и может быть представлена в виде суммы квадратичной и линейной составляющей;

$V^{n+1} = \rho^0 / \rho^{n+1}$; $\Delta z^{n+1/2} = V^{n+1/2} (s_{ij} \Delta \dot{\varepsilon}_{ij})^{n+1/2}$ — приращение энергии сдвиговых деформаций [16, 17].

Формула для расчета комбинированной искусственной вязкости, вычисляемой в центре ячейки, имеет вид

$$q^{n+1/2} = C_0^2 \rho h^2 \dot{\varepsilon}_a^2 + C_L \rho h a |\dot{\varepsilon}_a|, \quad q = 0 \text{ при } \dot{\varepsilon}_a \geq 0, \quad (19)$$

где $\dot{\varepsilon}_a$ — скорость деформации в направлении ускорения:

$$\dot{\varepsilon}_a^{n+1/2} = \left(\frac{u_{i,j} A_i A_j}{A_i A_j \delta_{ij}} \right)^{n+1/2}. \quad (20)$$

В формулах (19), (20) $C_0 \approx 2$, $C_L \approx 1$ — константы; $h = \sqrt[3]{V^{n+1/2}}$ — размер ячейки; $a = \sqrt{\partial p / \partial \rho}$ — местная скорость звука (p, ρ — давление и плотность в ячейке); $A_i^{n+1/2} = u_i^{n+1/2} - u_i^{n-1/2}$ — компоненты ускорения в ячейке.

Соотношения для компонент скорости узлов при отсутствии внешних сил, что задается граничными условиями, имеют вид [17]

$$\dot{u}_{ij}^n = \frac{1}{2} \sum_k F_{ijk}, \quad \varphi_i = \sum_k \Phi_{ik}, \quad \varphi_{ik} = m_k / 4,$$

где F_i — компоненты вектора сил, действующих на i -й узел ячейки за счет внутренних напряжений; $j = \{1, 2, 3\}$; индекс k означает суммирование по всем ячейкам, содержащим i -й узел.

Структура внутренней силы F_{ijk} для i -го узла тетраэдрической ячейки определяется по формуле

$$F_{ijk}^n = S_{ik} \left(\sum_{l=1}^3 \sigma_{jl} n_l \right)_k = S_{ik} f_{jk},$$

где S_{ik} — площадь противолежащей грани тетраэдра; σ_{jl} — компоненты тензора напряжений; n_l — внешняя нормаль к соответствующей грани.

Значение вектора скорости для i -го узла

$$u_{ij}^{n+1/2} = u_{ij}^{n-1/2} + \dot{u}_{ij}^n \Delta t^n.$$

Координаты узлов пересчитываются по формулам

$$x_{ij}^{n+1} = x_{ij}^n + \dot{x}_{ij}^{n+1/2} \Delta t^{n+1/2}; \quad x_{ij}^{n+1/2} = \frac{1}{2} (x_{ij}^{n+1} + x_{ij}^n).$$

Условие устойчивости представляет собой видоизмененную форму условия Неймана — Рихтмайера [16] и задается соотношением

$$\Delta t^{n+3/2} = \min_{1 \leq k \leq N} \left(\frac{2}{3} \frac{h_k^{n+1}}{\sqrt{a_k^2 + b_k^2}} \right),$$

$$\Delta t^{n+3/2} \leq 1,1 \Delta t^{n+1/2}.$$

Здесь N — общее количество ячеек; h_k^{n+1} — минимальная толщина k -й ячейки сетки, определенная как $h_k^{n+1} = v_k^{n+1} / s_{\max k}^{n+1}$ (v_k^{n+1} — объем k -й ячейки; $s_{\max k}^{n+1}$ — площадь самой большой стороны k -й ячейки); a_k — местная скорость звука в k -й ячейке, вычисленная как

$$a_k = \sqrt{\partial p / \partial \rho} = \frac{p^{n+1} - p^n}{\rho^{n+1} - \rho^n};$$

b_k задается выражением

$$b_k = 8 \left(C_0^2 + C_L \right) h_k^{n+1} \left| \left(\dot{\varepsilon}_a^{n+1/2} \right)_k \right|,$$

где C_0^2 , C_L — квадратичная и линейная константы для вычисления искусственной вязкости (19); $\dot{\varepsilon}_a^{n+1/2}$ вычисляется по формуле (20).

На целом временном слое проводится усреднение:

$$\Delta t^{n+1} = (\Delta t^{n+3/2} + \Delta t^{n+1/2}) / 2.$$

Исходные данные для численного моделирования. Задача оценки стойкости комбинированной преграды моделировалась в виде взаимодействия высокоскоростного (2...15 км/с) ударника с трехслойной разнесенной преградой, имитирующей стенку корпуса КА с двумя защитными экранами из тканой сетки со стальной проволокой. Внешняя сетка изготовлена из более толстой проволоки (диаметр проволоки $d = 0,32$ мм, шаг сетки 0,5 мм), внутренняя — из более тонкой (диаметр проволоки $d = 0,2$ мм, шаг сетки 0,356 мм).

Ударник моделировался в виде алюминиевого шарика диаметром 2 мм, который по плотности примерно соответствует наиболее распространенным метеоритам (хондритам). Выбор материала ударника был обусловлен привязкой к экспериментальным данным [22].

При проведении расчета использовались следующие константы материалов [16].

Алюминий (ударник, задняя стенка):

- $\rho_0 = 2,78 \text{ г/см}^3$, $c_{0k} = 0,53 \text{ см/мкс}$, $s = 1,34$, $\gamma_0 = 2,00$ (параметры уравнения состояния (6));
 - $Y^0 = 2,90 \cdot 10^{-3} \text{ Мбар}$, $Y_{\max} = 6,80 \cdot 10^{-3} \text{ Мбар}$, $\beta = 1,25 \cdot 10^2$, $n = 1,00 \cdot 10^{-1}$, $b = 8,00 \cdot 10^0$, $h = 6,20 \cdot 10^{-4}$, $T_{m0} = 1,22 \cdot 10^3 \text{ К}$, $\mu_0 = 2,76 \cdot 10^{-1} \text{ Мбар}$ (параметры модели Штейнберга — Гuinана для уравнений (10)–(12));
 - $\varepsilon_{00} = -2,773 \cdot 10^{-3}$, $\varepsilon_{01} = -5,547 \cdot 10^{-3}$, $\varepsilon_{02} = 1,364 \cdot 10^{-1}$, $\varepsilon_{03} = 2,495 \cdot 10^{-1}$, $\varepsilon_{04} = 3,160 \cdot 10^{-1}$ (параметры для уравнений (13), (14)).

Сталь (сеточные преграды): $\rho_0 = 7,90 \text{ г/см}^3$, $c_{0k} = 0,46 \text{ см/мкс}$, $s = 1,49$, $\gamma_0 = 2,17$; $Y^0 = 3,40 \cdot 10^{-3} \text{ Мбар}$, $Y_{\max} = 2,00 \cdot 10^{-2} \text{ Мбар}$, $\beta = 4,00 \cdot 10^1$, $n = 3,50 \cdot 10^{-1}$, $b = 3,00 \cdot 10^0$, $h = 4,50 \cdot 10^{-4}$, $T_{m0} = 1,93 \cdot 10^3 \text{ К}$, $\mu_0 = 7,7 \cdot 10^{-1} \text{ Мбар}$, $\varepsilon_{00} = -1,340 \cdot 10^{-3}$, $\varepsilon_{01} = -2,908 \cdot 10^{-3}$, $\varepsilon_{02} = 1,012 \cdot 10^{-1}$, $\varepsilon_{03} = 2,051 \cdot 10^{-1}$, $\varepsilon_{04} = 2,901 \cdot 10^{-1}$.

Для приведенных констант давление по уравнению (6) находится в мегабарах, удельная внутренняя энергия в гигаджоулях на кубический метр $\left(\frac{100 \text{ ГДж}}{\text{м}^3} = 1 \text{ Мбар}\right)$. Величины Y, μ в выражениях (10), (12) находятся в мегабарах.

Проволочная сетка моделировалась крест-накрест уложенными отрезками проволоки соответствующего диаметра с жестким закреплением концов проволоки (рис. 1).

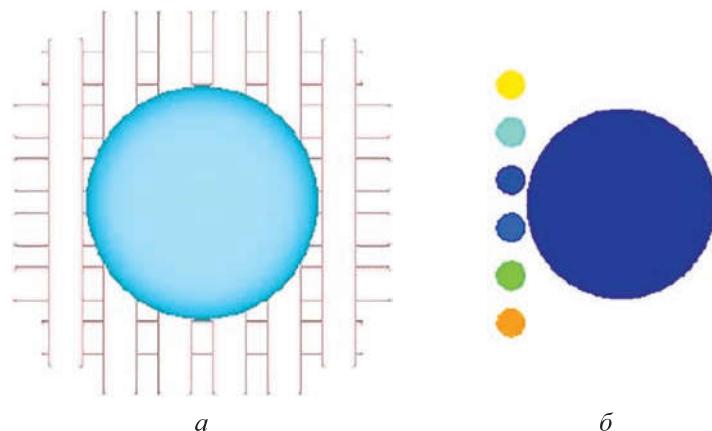


Рис. 1. Схема для моделирования пробоя первой преграды:
а — 3D-конфигурация; б — 2D-разрез

Третий слой разнесенного экрана моделировался алюминиевой пластиной толщиной 1,85 мм (аналог типовой стенки корпуса топливного бака КА), со свободными граничными условиями на торцах.

Анализ результатов численного моделирования. В связи со значительным по сравнению с размерами ударника разнесением преград расчет был разделен на этапы. На первом этапе моделировался пробой ударником первой преграды (рис. 2).

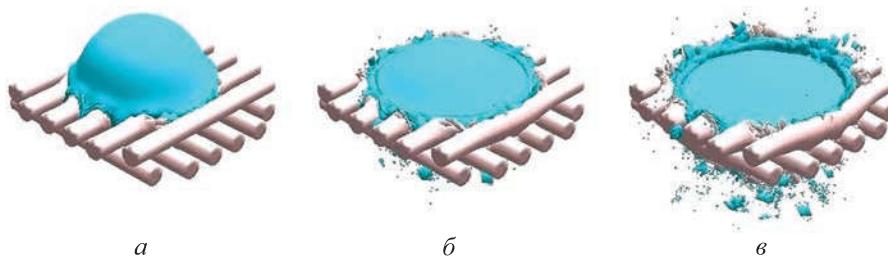


Рис. 2. Пробой ударником первой преграды в различные моменты времени t (начальная скорость ударника 5 км/с):
а — 0,200 мкс; б — 0,296 мкс; в — 0,400 мкс

После пробоя первой преграды, на момент преодоления осколочным облаком межпреградного расстояния, отключался расчет напряженно-деформированного состояния и контактных взаимодействий, выполнялось усреднение скоростей у отдельных осколков и моделировалось движение их с индивидуальной усредненной скоростью до момента контакта со следующей преградой. При подлете облака осколков к следующей преграде выделялось достаточно компактное ударное ядро (неразрушенная часть ударника и окружающие его осколки) и значительно разреженное поле мелких осколков, разлетающихся в стороны. Поскольку компактное ударное ядро представляет собой основную угрозу для преграды, разлетающиеся по сторонам мелкие осколки также исключались из расчета для его ускорения (рис. 3).

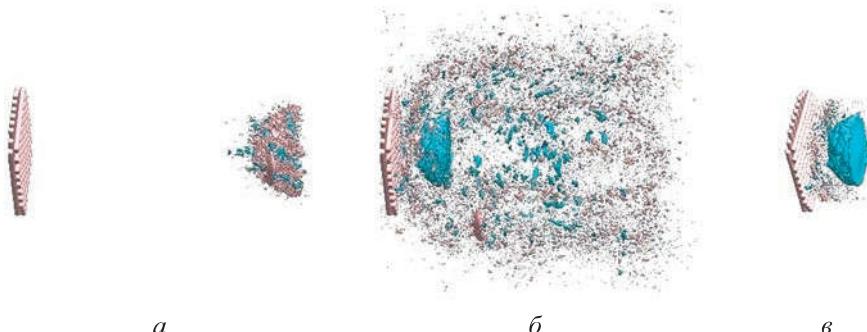


Рис. 3. Преодоление ударным ядром межпреградного расстояния от первой до второй преграды (начальная скорость ударника 3 км/с):

a — окончание пробоя первой преграды, $t = 0,88 \mu\text{s}$; *b* — разлет осколков с усредненными скоростями, $t = 5,5 \mu\text{s}$; *c* — из расчета исключены осколки, не имеющие отношения к ударному ядру, $t = 5,5 \mu\text{s}$

Аналогичная схема применялась при пробое второй сеточной преграды и при преодолении осколочным облаком межпреградного расстояния до задней стенки (рис. 4).

Анализируя разрушение преграды и ударника перед контактом со второй преградой (рис. 5 и 6), можно увидеть некоторые закономерности. До скоростей 2 км/с включительно разрушения ударника практически не происходит (см. рис. 5). Степень его разрушения для таких умеренно высоких скоростей находится практически в линейной зависимости от скорости. Для умеренных скоростей ($u < 10 \text{ км/с}$) разрушенная часть ударника полностью разлетается по сторонам (линия розового цвета), и ее можно игнорировать. Доля разрушенной части сетки, входящая в ядро осколочного облака, сначала падает, затем выходит на асимптоту. Относительное уменьшение запреградной скорости ударника практически не зависит от ско-

ности соударения, поскольку на таких высоких скоростях прочностные свойства не играют какой-либо существенной роли (в условиях, когда масса ударника много больше массы взаимодействующего участка преграды) и торможение происходит в основном в соответствии с законом сохранения импульса.

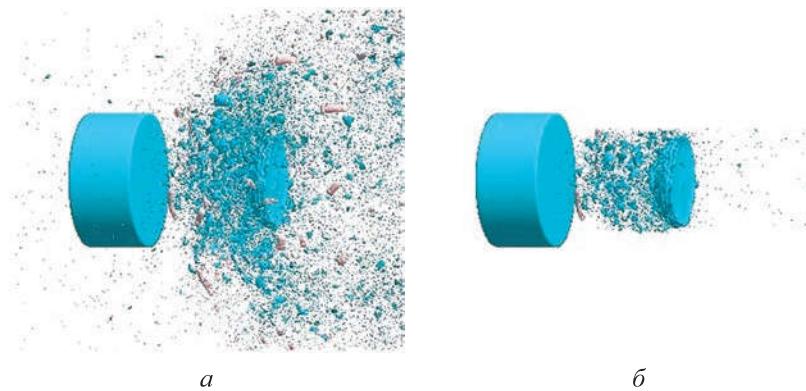


Рис. 4. Преодоление ударным ядром межпреградного расстояния от второй преграды до задней стенки (начальная скорость ударника 3 км/с):

a — разлет осколков с усредненными скоростями, $t = 22,3$ мкс; *б* — из расчета исключены осколки, не имеющие отношения к ударному ядру, $t = 22,3$ мкс

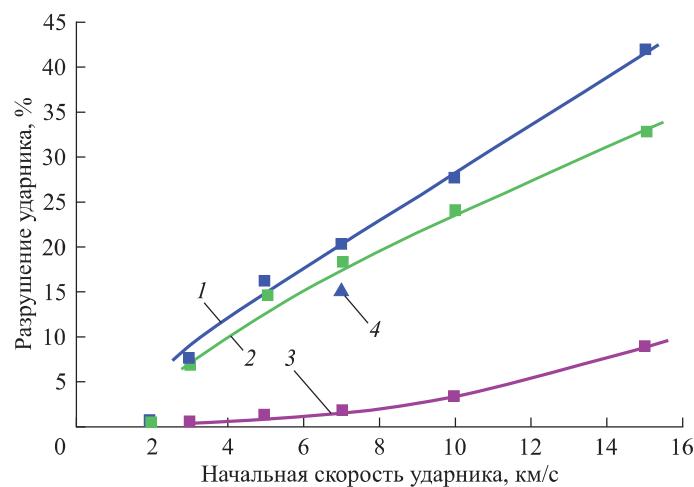


Рис. 5. Процент разрушения ударника в зависимости от его начальной скорости перед контактом со второй преградой:

1 — после первой преграды; 2 — вне ядра; 3 — в ядре; 4 — после первой преграды для эквивалентной по массе сплошной преграды

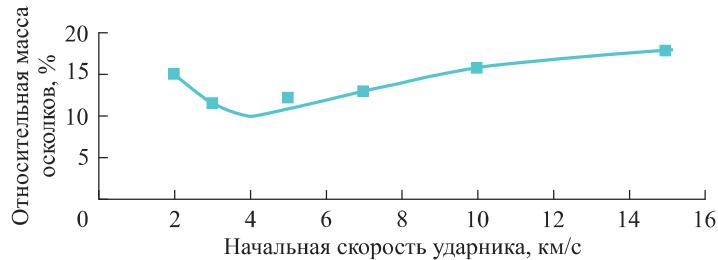


Рис. 6. Зависимость массы осколков первой преграды в ядре относительно массы ударника от его начальной скорости

Анализируя результаты исследования сеточных преград, можно сделать вывод, что сеточные экраны равной удельной массы с точки зрения защиты от микрометеоритов более эффективны, чем сплошные, причем степень эффективности зависит от соотношения размеров ударника и параметров сетки (шаг сетки и диаметр проволоки). Основным фактором, обеспечивающим снижение пробивающей способности, является уменьшение скорости и размеров неразрушенной части ударника. Эффективность сеточной защиты обусловлена в первую очередь воздействием сосредоточенной массы на ударник (при равной удельной массе преграды), поэтому максимальное дробление ударника будет достигаться при шаге сетки, сравнимом с его радиусом. В реальности размеры микрометеоритов лежат в определенном диапазоне, и использование комбинированной сеточной преграды (наружная сетка из более толстой проволоки с более широким просветом, внутренняя сетка из более тонкой проволоки с меньшим просветом) позволяет существенно расширить диапазон перехватываемых размеров.

В связи с тем что конечной целью подобных исследований является рациональное проектирование защитных экранов (максимальная живучесть при минимальной массе), для того чтобы определить наличие угрозы защищаемому объекту, не требуется иметь полную картину процесса, достаточно оценить состояние запреградной скорости и массы ударного ядра (неразрушенной части ударника и окружающих его осколков). Однако поскольку задача, как правило, состоит не в оценке стойкости конкретного экрана для определенных размера и скорости микрометеорита, а в подборе оптимальной по массе конструкции, обеспечивающей заданную живучесть при заданных метеорных потоках, даже оптимизированный расчет (с обрезкой до ударного ядра) довольно сложно применить для небольших диапазонов значений скоростей, размеров ударника и типоразмеров сетки.

Авторы считают, что перспективным направлением при развитии данной методики может стать подход, при котором можно с достаточной степенью точности оценить эффективность преграды (в том

числе многослойной и разнесенной), рассматривая каждую преграду как отдельный оператор, изменяющий запреградную скорость, массу неразрушенной части ударника, массу осколков и поле их скоростей. При расчете с использованием такой концепции очевидным образом выявляются следующие преимущества:

- коэффициент замедления (отношение запреградной скорости неразрушенной части ударника к начальной) для характерных скоростей микрометеоритов почти не зависит от начальной скорости и определяется в соответствии с законом сохранения импульса;
- при равных параметрах сетки (преграды) и ударника относительная величина разрушения ударника линейно зависит от скорости (см. рис. 5);
- наличие в ядре осколочного облака (помимо неразрушенной части ударника) из мелких осколков влияет на запреградную скорость, но практически не влияет на дальнейшее разрушение ударника на последующих преградах.

Такой подход позволит качественно сравнивать эффективность рассматриваемых вариантов (как для сеточных преград, так и для сплошных). Полноценные расчеты путем численного моделирования занимают весьма продолжительное машинное время, поэтому использование полуэмпирических функциональных зависимостей в виде неких операторов, изменяющих параметры ударного ядра, позволяет свести моделирование к перебору вариантов с их практически мгновенным обсчетом. В итоге в определенной степени автоматизируется подбор оптимальных вариантов, что особенно важно при анализе всего критического диапазона значений скоростей и размеров ударников. Например, подобный подход, основанный на анализе значительного массива экспериментальных данных [23, 24], применялся при создании концепции так называемых неконформных щитов, т. е. защитных экранов, отделенных от структуры, которую они защищают.

Заключение. Результаты численных экспериментов показали высокую эффективность сеточной защиты при шаге сетки, сравнимом с размером ударника. Показано, что сеточные преграды создают существенный градиент скоростей в ударнике, способствующий его разрушению и уменьшению компактной массы при подлете к следующей преграде. При этом описанная методика обрезки облака осколков до ударного ядра (неразрушенной части ударника и окружающих его осколков) позволяет существенно сократить время расчета баллистической стойкости разнесенной комбинированной преграды.

Исследование выполнено при частичной поддержке Гранта РФФИ № 16-08-00037.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] *Inter-Agency Space Debris Coordination Committee. Protection manual.* IADC-04-03.Version 3.3. Revision April 04, 2004. URL: http://www.iadc-online.org/Documents/IADC-04-03_Protection_Manual_v7.pdf (дата обращения 28.11.2018).
- [2] Christiansen E.L. Advanced Meteoroid and Debris Shielding Concepts. *AIAA Paper № 90-1336, AIAA/NASA/DOD Orbital Debris Conference: Technical Issues and Future Directions*, Baltimore, MD, April 16–19, 1990, pp. 1–14.
- [3] Christiansen E.L., Kerr J.H. Mesh double-bumper shield. A low-weight alternative for spacecraft meteoroid and orbital debris protection. *Int. J. of Impact Engineering*, 1993, vol. 14, pp. 169–180.
- [4] Шумихин Т.А., Безруков Л.Н., Мягков Н.Н. Модельный эксперимент, проясняющий механизм фрагментации высокоскоростного ударника на дискретных экранах. *Механика композиционных материалов и конструкций*, 2007, т. 13, № 3, с. 341–355.
- [5] Horz F., Cintala M.J., Bernhard R.P., See T.H. Multiple-mesh bumpers: a feasibility study. *Int. J. of Impact Engineering*, 1995, vol. 17 (1–3), pp. 431–442.
- [6] Shumikhin T., Semenov A., Bezrukov L., Malkin A., Myagkov N., Kononenko M. On fragmentation of aluminum projectile on mesh bumpers. *Proc. of the Fourth European Conf. on Space Debris*, ESA/ESOC, 18–20 April 2005, Darmstadt, Germany, pp. 471–476.
- [7] Мягков Н.Н., Шумихин Т.А. Экспериментальное и численное исследование высокоскоростного взаимодействия ударника с дискретными экранами. *Вестник Нижегородского университета им. Н.И. Лобачевского*, 2011, № 4 (4), с. 1648–1650.
- [8] Мягков Н.Н., Шумихин Т.А. Особенности разрушения ударника на сеточном экране при высоких скоростях удара. *Механика композиционных материалов и конструкций*, 2011, т. 17, № 3, с. 306–319.
- [9] Пашков С.В. Численное моделирование фрагментации толстостенных цилиндрических оболочек при взрывном нагружении. Автореф. дис. ... канд. техн. наук. Томск, 2000, 20 с.
- [10] Герасимов А.В., Пашков С.В. Моделирование естественного дробления твердых тел при ударных и взрывных нагрузках. *Химическая физика*, 2005, т. 24, № 11, с. 48–54.
- [11] Димитриенко Ю.И. *Основы механики твердого тела. Т. 4. Механика сплошной среды*. Москва, Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2013, 624 с.
- [12] Димитриенко Ю.И., Димитриенко И.Д. Моделирование динамических процессов деформирования гибких тканевых композиционных материалов. *Инженерный журнал: наука и инновации*, 2014, вып. 5 (29). URL: <http://engjournal.ru/search/author/40/page1.html> (дата обращения 28.11.2018).
- [13] Димитриенко Ю.И., Губарева Е.А., Сборщиков С.В. Многомасштабное моделирование упруго-пластических композитов с учетом повреждаемости. *Математическое моделирование и численные методы*, 2016, № 2 (10), с. 3–24.
- [14] Орленко Л.П., ред. *Физика взрыва*. 3-е изд. В 2 т. Москва, Физматлит, 2004.
- [15] Уилкинс М.Л. *Расчет упругопластических течений. Вычислительные методы в гидродинамике*. Москва, Мир, 1967, с. 212–263.
- [16] Willkins M.L. *Computer simulation of dynamic phenomena*. Berlin, Heidelberg, New-York, Springer, 1999. 246 p.
- [17] Фомин В.М., Гулидов А.И., Сапожников Г.А., Шабалин И.И., Бабаков В.А., Куропатенко В.Ф., Киселев А.Б., Тришин Ю.А., Садырин А.И.,

- Киселев С.П., Головлев И.Ф. *Высокоскоростное взаимодействие тел*. Новосибирск, Изд-во СО РАН, 1999. 600 с.
- [18] Johnson J.N. Dynamic fracture and spallation in ductile solids. *J. Appl. Phys.*, 1981, vol. 52, no. 4, pp. 2812–2825.
 - [19] Steinberg D.J., Cochran S.G., Guinan M.W. A constitutive model for metals applicable at high-strain rate. *J. Appl. Phys.*, 1980, vol. 51, no. 3, pp. 1496–1504.
 - [20] Johnson G.R., Colby D.D., Vavrick D.J. Three-dimensional computer code for dynamic response of solids to intense impulsive loads. *Int. J. Numer. Methods Engng*, 1979, vol. 14, no. 12, pp. 1865–1871.
 - [21] Johnson G.R. Dynamic analysis of explosive metal interaction in three dimensions. *J. of Appl. Mech.*, 1981, vol. 48, no. 1, pp. 30–34.
 - [22] Герасимов А.В., Добрица Д.Б., Пашков С.В., Христенко Ю.Ф. Теоретико-экспериментальное исследование способа защиты космических аппаратов от высокоскоростных частиц. *Космические исследования*, 2016, т. 54, № 2, с. 126–134.
 - [23] Sokolov V.G., Christiansen E., Gorbenko A.V., Feldstein V.A., Romanchenkov V.P., Panichkin N.G., Yachlakov Yu.V., Zinchenko L.V. The Effect of Thin Deployable Construction Elements of the International Space Station on the Probability of its Hull Penetration by Meteoroids and Orbital Debris. *Int. J. of Impact Eng.*, December 2001, vol. 26, pp. 725–734.
 - [24] Burt R., Christiansen E.L., Kerr J.H. Calibration of proposed RSC «Energia» SM ballistic limit equation including semi-transparent shadowing barriers. JSC 28509, HITF report, Johnson Space Center, NASA, May 2001.

Статья поступила в редакцию 30.04.2018

Ссылку на эту статью просим оформлять следующим образом:

Добрица Б.Т., Добрица Д.Б., Пашков С.В. Моделирование процесса взаимодействия высокоскоростного ударника с трехслойной разнесенной комбинированной преградой. *Математическое моделирование и численные методы*, 2018, № 2, с.

Добрица Борис Тимофеевич — канд. техн. наук, доцент кафедры «Вычислительная математика и математическая физика» МГТУ им. Н.Э. Баумана. Автор более 30 научных публикаций в области математики. e-mail: fs11@bmstu.ru

Добрица Дмитрий Борисович — канд. техн. наук, ведущий математик АО «НПО им. С.А. Лавочкина». Автор более 30 научных публикаций в области проблематики защиты космических аппаратов от метеорно-техногенных воздействий.
e-mail: dobrica@laspace.ru

Пашков Сергей Владимирович — канд. техн. наук, старший научный сотрудник НИИ ПММ ТГУ. Автор более 100 научных работ в области численного моделирования динамического разрушения. e-mail: s300@ngs.ru

Simulation of the interaction process of a high-speed projectile with a three-layer spaced combined barrier

© B.T. Dobritsa¹, D.B. Dobritsa², S.V. Pashkov³

¹Bauman Moscow State Technical University, Moscow, 105005, Russia

²Lavochkin Association, Moscow Region, Khimki Town, 141400, Russia

³Research Institute of Applied Mathematics and Mechanics,
Tomsk State University, 634050, Tomsk

The article describes the numerical study of the process of a high-speed projectile interaction with the spaced combined barrier including mesh bumpers which was carried out using the author's numerical realization in a Lagrangian 3D formulation on tetrahedral cells. There was used the deformation fracture criterion for equivalent plastic deformation to calculate contact interactions, the Johnson method and the method of bifurcation on nodes of a computational grid to describe cracks. The boundary condition of ideal sliding on a tangent and impermeability on a normal was used for fragments and contact surfaces. The protective properties of a three-layer spaced barrier with two layers of mesh protection were evaluated in a wide range of impact velocities simulating the effects of micrometeorites and fragments of orbital debris on the structures of spacecraft meteoric protection. High performance of protective mesh bumpers and their advantage in comparison with bulk bumpers are shown. A technique for simulating high-speed impact on the spaced barriers allowing reducing the calculation time for long distances between layers is described.

Keywords: high-speed impact, cloud of fragments, spaced barrier, fragmentation, mesh bumper, numerical simulation

REFERENCES

- [1] Inter-Agency Space Debris Coordination Committee. *Protection manual*. IADC-04-03. Version 3.3. Revision April 04, 2004. Available at: http://www.iadc-online.org/Documents/IADC-04-03_Protection_Manual_v7.pdf
- [2] Christiansen E.L. Advanced Meteoroid and Debris Shielding Concepts. *AIAA Paper № 90-1336, AIAA/NASA/DOD Orbital Debris Conference: Technical Issues and Future Directions*, Baltimore, MD, April 16–19, 1990.
- [3] Christiansen E.L., Kerr J.H. *International Journal of Impact Engineering*, 1993, vol. 14, pp. 169–180.
- [4] Shumikhin T.A., Bezrukov L.N., Myagkov N.N. *Mekhanika kompozitsionnykh materialov i konstruktsiy — Mechanics of Composite Materials and Structures*, 2007, vol. 13, no. 3, pp. 341–355.
- [5] Horz F., Cintala M.J., Bernhard R.P., See T.H. *International Journal of Impact Engineering*, 1995, vol. 17, pp. 431–442.
- [6] Shumikhin T., Semenov A., Bezrukov L., Malkin A., Myagkov N., Kononenko M. On fragmentation of aluminum projectile on mesh bumpers. *Proceedings of the Fourth European Conference on Space Debris, ESA/ESOC, 18–20 April 2005*, Darmstadt, Germany, pp. 471–476.
- [7] Myagkov N.N., Shumikhin T.A. *Vestnik Nizhegorodskogo universiteta im. N.I. Lobachevskogo — Vestnik of Lobachevsky University of Nizhni Novgorod*, 2011, no. 4 (4), pp. 1648–1650.
- [8] Myagkov N.N., Shumikhin T.A. *Mekhanika kompozitsionnykh materialov i konstruktsiy — Mechanics of Composite Materials and Structures*, 2011, vol. 17, no. 3, pp. 306–319.

- [9] Pashkov S.V. *Chislennoe modelirovaniye fragmentatsii tolstostennykh tsilindricheskikh obolochek pri vzryvnom nagruzhenii*. Avtoreferat diss. cand. tekhn. nauk. [Numerical simulation of thick-walled cylindrical shell fragmentation under explosive loading. Cand. eng. sc. diss. Abstract]. Tomsk, 2000, 20 p.
- [10] Gerasimov A.V., Pashkov S.V. *Khimicheskaya fizika — Russian Journal of Physical Chemistry B: Focus on Physics*, 2005, vol. 24, no. 11, pp. 1–7.
- [11] Dimitrienko Yu.I. *Mekhanika sploshnoy sredy. V 4 tomakh. Tom 4. Osnovy mekhaniki tverdogo tela* [Continuum Mechanics. In 4 volumes. Vol. 4. Fundamentals of solid mechanics]. Moscow, BMSTU Publ., 2013, 624 p.
- [12] Dimitrienko Yu.I., Dimitrienko I.D. *Inzhenernyy zhurnal: Nauka i innovatsii — Engineering Journal: Science and Innovation*, 2014, no. 5 (29). Available at: <http://engjournal.ru/search/author/40/page1.html>
- [13] Dimitrienko Yu.I., Gubareva E.A., Sborschikov S.V. *Matematicheskoe modelirovaniye i chislennye metody — Mathematical Modeling and Computational Methods*, 2016, no. 2 (10), pp. 3–24.
- [14] Orlenko L.P., ed. *Fizika vzryva. V 2 tomakh* [Explosion physics. In 2 volumes]. Moscow, Fizmatlit Publ., 2004.
- [15] Wilkins M.L. Calculation of Elastic-Plastic Flow. In: *Methods in Computational Physics. Volume 3. Fundamental Methods in Hydrodynamics*. Alder B., ed. New York, London, Academic Press Publ., 1964, 393 p. [In Russ.: Wilkins M.L. *Rashchet uprugoplasticheskikh techeniy. Vychislitelnye metody v gidrodinamike*. Moscow, Mir Publ., 1967, pp. 212–263].
- [16] Wilkins M.L. *Computer simulation of dynamic phenomena*. Berlin, Heidelberg, New-York, Springer Publ., 1999. 246 p.
- [17] Fomin V.M., Gulidov A.I., Sapozhnikov G.A. et al. *Vysokoskorostnoe vzaimodeystvie tel* [High-speed interaction of bodies]. Novosibirsk, SO RAN Publ., 1999, 600 p.
- [18] Johnson J.N. *Journal of Applied Physics*, 1981, vol. 52, no. 4, pp. 2812–2825.
- [19] Steinberg D.J., Cochran S.G., Guinan M.W. *Journal of Applied Physics*, 1980, vol. 51, no. 3, pp. 1496–1504.
- [20] Johnson G.R., Colby D.D., Vavrick D.J. *International journal for numerical methods in engineering*, 1979, vol. 14, no. 12, pp. 1865–1871.
- [21] Johnson G.R. *Journal of Applied Mechanics*, 1981, vol. 48, no. 1, pp. 30–34.
- [22] Gerasimov A.V., Dobritsa D.B., Pashkov S.V., Khristenko Yu.F. *Kosmicheskie issledovaniya — Cosmic Research*, 2016, vol. 54, no. 2, pp. 126–134.
- [23] Sokolov V.G., Christiansen E., Gorbenko A.V., Feldstein V.A., Romanchenkov V.P., Panichkin N.G., Yachlakov Yu.V., and Zinchenko L.V. The effect of thin deployable construction elements of the International Space Station on the probability of its hull penetration by meteoroids and space debris. *Hypervelocity Impact Symposium*, Galveston, Texas, November, 2000.
- [24] Burt R., Christiansen E.L., Kerr J.H. Calibration of proposed RSC “Energia” SM ballistic limit equation including semi-transparent shadowing barriers. *JSC 28509, HITF report*, Johnson Space Center, NASA, May 2001.

Dobritsa B.T., Cand. Sc. (Eng.), Assoc. Professor, Department of Computational Mathematics and Mathematical Physics, Bauman Moscow State Technical University. Author of over 30 research publications in the field of mathematics. e-mail: fs11@bmstu.ru

Dobritsa D.B., Cand. Sc. (Eng.), Leading Mathematician, Lavochkin Association. Author of over 30 research publications in the field of spacecraft protection against orbital debris and micrometeoroids. e-mail: dobrica@laspace.ru

Pashkov S.V., Cand. Sc. (Eng.), Senior Research Fellow, Research Institute of Applied Mathematics and Mechanics, Tomsk State University. Author of over 100 research publications in the field of numerical simulation of dynamic fracture. e-mail: s300@ngs.ru