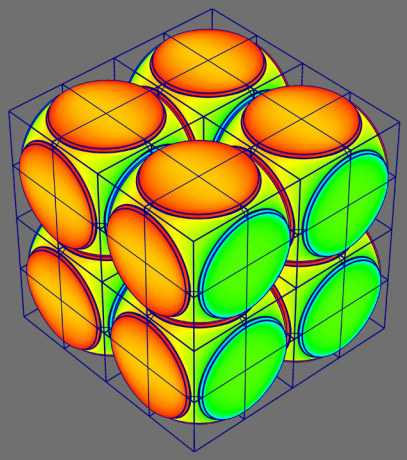
ISSN 2309-3684



Математическое моделирование и численные методы

Краснов И.К., Зубарев К.М., Иванова Т.Л. Численное решение задачи восстановления электрофизических параметров по результатам зондирования переменным током. Математическое моделирование и численные методы, 2018, № 1, с. 41-54

Источник: https://mmcm.bmstu.ru/articles/155/

Параметры загрузки:
IP: 216.73.216.253
05.11.2026 07:45:15

УДК 519.6 DOI 10.18698/2309-3684-2018-0-000

Численное решение задачи восстановления электрофизических параметров по результатам зондирования переменным током

© И.К. Краснов, К.М. Зубарев, Т.Л. Иванова

МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, 105005, Россия

По результатам измерения электромагнитных полей решена задача восстановления электрофизических параметров слоистых сред, являющаяся обратной задачей математической физики. Сформулированы различные методы оптимизации для ее решения. Предложена математическая модель горизонтально-слоистой среды с заданными параметрами, согласующимися с реальными значениями. Для решения прямой задач разработан алгоритм, позволяющий найти аналитическое решение при различных значениях параметров среды. Для решения обратных задач использованы методы полного перебора и Хука — Дживса, а также разработанный модифицированный метод полного перебора. По результатам решения прямой задачи выявлены характерные особенности среды при различных значениях электрофизических параметров. При решении обратной задачи с помощью различных методов оптимизации описаны особенности каждого из алгоритмов.

Ключевые слова: *георазведка, магнитотеллурическое зондирование, кажущееся сопротивление, модель горизонтально-слоистой среды, удельное электрическое сопротивление, нелинейная обратная задача*

Введение. Магнитотеллурическим называют естественное переменное электромагнитное поле Земли, наблюдаемое в больших по площади регионах, оно проявляется в форме вариаций электрических и магнитных компонент. Электрическая часть обусловлена наличием земных региональных токов, получивших название теллурических, геомагнитные вариации — их переменным характером [1, 2].

Теллурические токи начали изучать еще в XX в. как одно из загадочных явлений природы. Для разведки полезных ископаемых их стали применять в 20–30-х гг. XX в. Активное изучение теллурических токов пришлось на начало 1950-х гг. [3–5]. К настоящему времени природа магнитотеллурического поля изучена слабо. Согласно последним представлениям, источники первичного поля зарождаются в магнито- и ионосфере Земли под воздействием корпускулярного излучения Солнца [4, 6].

Решение обратной задачи магнитотеллурического зондирования базируется на методах ручного или автоматического подбора параметров и методах преобразования, дающих простые и в некоторых случаях недостаточно точные модели. При использовании таких методов, как метод Ньютона — Рафсона, можно получить более точную

геоэлектрическую модель среды при наличии возможности задать более точное начальное приближение, близкое к истинным значениям параметров среды. По этой причине поиск и реализация новых алгоритмов для решения задачи восстановления параметров среды методом магнитотеллурического зондирования (МТЗ) важны для развития геофизики [3, 6].

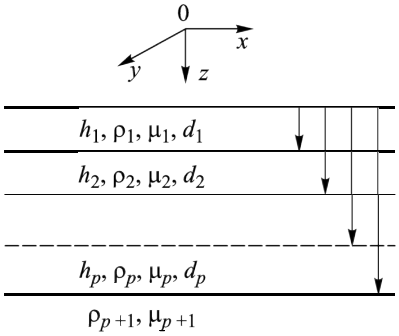


Рис.1. Модель горизонтально-слоистой среды

Математическая постановка прямой задачи МТЗ. Пусть задана горизонтально-слоистая среда (рис. 1), состоящая из p слоев мощностью h_p с удельным сопротивлением ρ_p, магнитной проницаемостью μ_p, где p — номер слоя. Через d_p обозначим глубину залегания слоя. На поверхность заданной среды падает плоская однородная монохроматическая волна, поляризованная вдоль напластования. Требуется найти элементы поля $\vec{E}$, $\vec{H}$ и установить их связь с параметрами слоев h_p, ρ_p и μ_p [7]:

$$\begin{aligned} \Delta\vec{E} &= k^2\vec{E}, \\ \vec{H} &= (i\omega\mu)^{-1}\operatorname{rot}\vec{E}, \end{aligned} \tag{1}$$

где Δ — оператор Лапласа; $\vec{E}$ — напряженность электрического поля; k — волновое число; $\vec{H}$ — напряженность магнитного поля; i — мнимая единица; ω — круговая частота; μ — магнитная проницаемость.

Уравнение (1) — это уравнение Гельмгольца. Преобразуем его в линейное дифференциальное уравнение [7–9]:

$$\frac{\partial^2 E_{x,y}}{\partial z^2} = k^2 E_{x,y}, \tag{2}$$

где z — ось декартовой системы координат. Решение уравнения (2) позволит найти распределение электрического и магнитного полей.

Метод решения прямой задачи. Общее решение для линейного дифференциального уравнения имеет следующий вид:

$$\begin{aligned} E_{xp} &= a_{xp}e^{-k_p z} + b_{xp}e^{k_p z}, \\ E_{yp} &= a_{yp}e^{-k_p z} + b_{yp}e^{k_p z}, \end{aligned} \tag{3}$$

$$H_{xp} = k_p (i\omega\mu_p)^{-1} (a_{yp} e^{-k_p z} - b_{yp} e^{k_p z}),$$
$$H_{yp} = -k_p (i\omega\mu_p)^{-1} (a_{xp} e^{-k_p z} - b_{xp} e^{k_p z}). \quad (3)$$

Здесь e — число Эйлера, а коэффициенты a *и* b зависят от параметров среды и мощности источника, возбуждающего токи [9–11]. Далее введем понятие импеданса, который представляет собой отношение взаимно перпендикулярных составляющих напряженности электрического E_{xp} и магнитного H_{yp} полей [11–13] и в данной ситуации является наиболее удобной характеристикой среды:

$$Z_p = \frac{E_{xp}}{H_{yp}} = -\frac{i\omega\mu_p}{k_p} \frac{a_{xp} e^{-k_p z} + b_{xp} e^{k_p z}}{a_{xp} e^{-k_p z} - b_{xp} e^{k_p z}}. \quad (4)$$

Для установления связи коэффициентов a и b с параметрами слоистой толщи h_p, ρ_p и μ_p используем тождество Н.В. Липской [10]:

$$\frac{a_p e^{-k_p(d_p - h_p)} + b_p e^{k_p(d_p - h_p)}}{a_p e^{-k_p(d_p - h_p)} - b_p e^{k_p(d_p - h_p)}} \equiv \operatorname{th}\left(k_p h_p + \operatorname{arth} \frac{a_p e^{-k_p d_p} + b_p e^{k_p d_p}}{a_p e^{-k_p d_p} - b_{p+1} e^{k_p d_p}} \right) =$$
$$= \operatorname{th}\left(k_p h_p + \operatorname{arth} \frac{k_p \mu_{p+1}}{k_{p+1} \mu_p} \frac{a_{p+1} e^{-k_{p+1} d_p} + b_{p+1} e^{k_{p+1} d_p}}{a_{p+1} e^{-k_{p+1} d_p} - b_{p+1} e^{k_{p+1} d_p}} \right). \quad (5)$$

Левая часть тождества (5) является функцией, определенной на кровле p-го слоя ($z = d_p - h_p$). В правой части под знаком ареатангенса имеем такую же функцию, но определенную на кровле (p + 1)-го слоя или подошве p-го слоя ($z = d_p$). *Обозначим их через* R_p и R_{p+1} [5, 10]:

$$R_p = \operatorname{th}\left(k_p h_p + \operatorname{arth} \frac{k_p \mu_{p+1}}{k_{p+1} \mu_p} R_{p+1} \right). \quad (6)$$

Функция R_p — приведенный импеданс слоистого полупространства [12, 14, 15]. При относительно высоких частотах ($k_1 h_1 \gg$ $\gg \operatorname{arth} k_1 \mu_2 R_2 / (k_2 \mu_1)$) *эта* функция зависит в основном от свойств верхних слоев разреза, а при низких частотах — глубоких горизонтов. Следовательно, функцию $R(\omega)$ можно назвать частотной характеристикой горизонтально-слоистого разреза [5].

Далее в качестве основной характеристики горизонтально-слоистой среды будем использовать кажущееся сопротивление [4, 11, 16]:

$$\rho_T/\rho_1 = R_1^2(\omega) = |\rho_T|/\rho_1 e^{i\varphi_T}, \tag{7}$$

где $\varphi_T = 2\arg R_1$ — фаза кажущегося сопротивления; T — период падающей волны. Представим найденную выше функцию R_p (6) следующим образом [14]:

$$\begin{aligned} R_p(\omega) &= \frac{1-\Phi_{p+1}(\omega)}{1+\Phi_{p+1}(\omega)}, \\ \Phi_{p+1}(\omega) &= \frac{1-\sqrt{\rho_{p+1}/\rho_p}R_{p+1}(\omega)}{1+\sqrt{\rho_{p+1}/\rho_p}R_{p+1}(\omega)} e^{-k_p h_p}. \end{aligned} \tag{8}$$

На основе соотношений (8) получен алгоритм решения прямой задачи. Основные характеристики горизонтально-слоистой среды вычислим по формулам:

$$\begin{aligned} \rho_T &= \rho_1(\mathrm{Re}_1^2 + i\,\mathrm{Im}_1^2), \\ \varphi_T &= 2\mathrm{arctg}\left(\frac{\mathrm{Im}_1}{\mathrm{Re}_1}\right), \end{aligned} \tag{9}$$

где Re_1 и Im_1 — действительная и мнимая части функции $R_1(\omega)$. Вычисление функции $R_1(\omega)$ начинается с нижнего слоя, на котором $\mathrm{Re}_p = 1$, $\mathrm{Im}_p = 0$.

Численные результаты решения прямой задачи. Рассмотрим модель горизонтально-слоистой среды с заданными значениями удельных сопротивлений и мощностей слоев. Эта модель состоит из четырех слоев (воздух, земля, гранит и вода грунтовая), каждый из которых имеет следующие параметры:

Слой 1

Удельное сопротивление, ρ_1, Ом·м 40

Толщина слоя h_1, м 500

Слой 2

Удельное сопротивление, ρ_2, Ом·м 1100

Толщина слоя h_2, м 200

Слой 3

Удельное сопротивление, ρ_3, Ом·м 20

Толщина слоя $h_3 \to \infty$

Магнитная проницаемость каждого слоя μ_p, Гн/м 1

На рис. 2 представлен график кажущегося сопротивления для заданной модели среды.

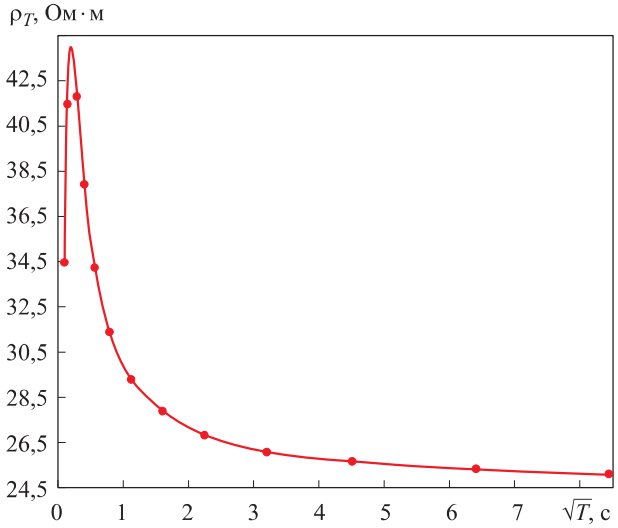


Рис. 2. График кажущегося сопротивления для заданной модели среды

Построенная кривая полностью согласуется с теоретическими понятиями о кажущемся сопротивлении. По результатам (см. рис. 3) можно заключить, что при низких частотах можно получить информацию о первом слое среды, далее, увеличивая частоту, — об удельном сопротивлении последующих слоев.

Разработанный алгоритм проверен на известных моделях среды. Полученные значения кажущегося сопротивления ρ_T полностью соответствуют теоретическим. Этот алгоритм протестирован на горизонтально-слоистой среде, состоящей из четырех и пяти слоев. Построенные кривые служат доказательством того, что с увеличением частоты значение кажущегося сопротивления ρ_T дает информацию о более глубинных слоях.

Постановка обратной задачи. Кажущееся сопротивление ρ_T является функцией многих фиксированных (число слоев, частота падающей волны) и варьируемых (толщина слоев, удельное сопротивление слоев) переменных [11]. При решении обратной задачи необходимо найти такие значения электрофизических параметров исследуемой среды, чтобы сумма квадратов отклонений модуля кажущегося сопротивления, полученного при решении обратной задачи, от кажущегося сопротивления, полученного при решении прямой задачи $\hat{\rho}$, была минимальной для заданного набора частот [5, 7, 10]:

$$F(\rho_1, ..., \rho_n, h_1, ..., h_n, \mu_1, ... \mu_n) =$$

$$= \sqrt{\sum_{i=1}^{n} \left(\hat{\rho}_T(\omega_i) - \rho_T(\omega_i, \rho_1, ..., \rho_n, h_1, ..., h_n, \mu_1, ... \mu_n)\right)^2} \to \min.$$

Данная задача является нелинейной. Исходя из анализа кривых кажущегося сопротивления, можно ввести верхние и нижние пороги для значения параметров среды. При таких ограничениях параметры оптимизации представляют собой компакт, следовательно, данная задача является задачей оптимизации на компакте [17, 18]. В связи с этим поиск решения обратной задачи определения параметров слоистой среды осуществляется методом поиска квазирешений В.К. Иванова. Решения, полученные данным методом, устойчивы к вариациям исходных данных [19–21].

Анализ методов решения обратной задачи. Для решения обратной задачи были реализованы следующие алгоритмы: метод полного перебора [11], Метод Хука — Дживса [12]. Они используются для поиска безусловного локального экстремума функции и относятся к прямым методам, т. е. опираются непосредственно на значения функции. Метод Хука — Дживса включает две фазы: исследующий поиск и поиск по образцу. Однако если целевой функционал имеет овражный характер, то поиск решения становится неэффективным и даже может привести к отсутствию сходимости к точке локального *экстремума. Применяемая* модификация метода Хука — Дживса позволяет ускорить решение за счет того, что поиск периодически проводится в направлении $d^i = x^i - x^{i-1}$ [22, 23].

Метод решения обратной задачи на основе алгоритма Хука — Дживса. Алгоритм решения обратной задачи с использованием метода Хука — Дживса можно описать следующим образом.

Шаг 1. Определить начальную модель x^0, приращения (шаги) d^i, коэффициент уменьшения шага $\alpha > 1$, параметр окончания поиска ε.

Шаг 2. Провести исследующий поиск.

Шаг 3. Определить, является ли точка, полученная на шаге 2, наименьшим значением целевой функции. В случае положительного ответа перейти к шагу 5, отрицательного — к шагу 4.

Шаг 4. Выполнить проверку на окончание поиска $(F(x^k) < \varepsilon = 0,00001)$. При положительном ответе следут закончить поиск, текущие значения параметров являются оптимальными, при отрицательном — уменьшить приращение

$$d^i = d^i / \alpha \tag{11}$$

и перейти к шагу 2.

Шаг 5. Провести поиск по образцу

$$x_p^{k+1} = x^k + (x^k - x^{k-1}). \tag{12}$$

Шаг 6. Провести исследующий поиск, используя модель x_p^{k+1} в качестве базовой. Положим, что в результате получена модель x^{k+1}.

Шаг 7. Проверить, выполняется ли неравенство

$$f(x^{k+1}) < f(x^k). \tag{13}$$

В случае положительного ответа

$$x^{k-1} = x^k, \quad x^k = x^{k+1}. \tag{14}$$

Затем перейти к шагу 8. Если ответ отрицательный, перейти к шагу 4.

Шаг 8. Выполнить проверку на окончание поиска $(F(x^k) < \varepsilon = 0,00001)$. Если ответ положительный, текущие значения параметров являются оптимальными, отрицательный — вернуться к шагу 5.

Для ускорения работы алгоритма полного перебора была разработана модификация, позволяющая сократить время поиска оптимальных параметров. Первым шагом в данном алгоритме является разделение диапазона каждого из параметров на n частей (рис. 3).

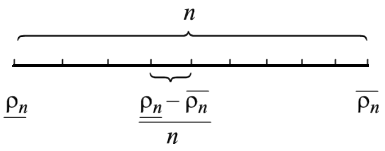


Рис. 3. Диапазон между нижней и верхней границей, разделенный на n частей

Далее методом полного перебора определяется комбинация отрезков, при которой значение функционала отклонения будет иметь наименьшее значение. Концы этих отрезков становятся новыми верхними и нижними значениями для параметров среды. После этого выбранные отрезки снова делятся на n частей, повторяется процедура поиска оптимального набора отрезков. Оптимизация продолжается до тех пор, пока диапазон между нижней и верхней границей каждого из параметров не станет меньше заданной точности. Когда шаг по любому из параметров становится меньше единицы, перебор по данному параметру завершается.

С помощью метода полного перебора можно решать обратную задачу для больших значений кажущихся сопротивлений, при этом время работы алгоритма остается приемлемым. В ситуации, когда разность между верхним и нижним значением одного или нескольких параметров среды слишком велика, может наблюдаться потеря точности, которая также может быть компенсирована за счет увеличения n.

Метод решения обратной задачи на основе модифицированного метода полного перебора. Алгоритм решения обратной задачи с использованием метода полного перебора содержит семь шагов.

Шаг 1. Определить нижние и верхние границы параметров среды $\underline{\rho_i}$, $\underline{h_j}$, $\overline{\rho_i}$, $\overline{h_i}$, задать точность решения:

$$F_{\min} < \varepsilon \text{ или } (\underline{\rho_i} - \overline{\rho}_i)/n < 1, \ (\underline{h_i} - \overline{h}_i)/n < 1. \tag{15}$$

Шаг 2. Разделить диапазон между верхними и нижними значениями параметров среды на n отрезков:

$$h_k = \frac{\underline{\rho_i} - \overline{\rho_i}}{n}, \qquad h_l = \frac{\underline{h_j} - \overline{h_j}}{n}. \tag{16}$$

Шаг 3. Найти оптимальную комбинацию отрезков.

Шаг 4. Для каждого варианта модели среды определить значение функции и сравнить его с минимальным $F < F_{\min}$? Да — перейти к шагу 5, нет — продолжить перебор.

Шаг 5. Принять текущее значение F за минимальное $\left(F_{\min} = F\right)$. Запомнить текущее значение каждого параметра и обозначить его как $\rho_{i\,\min}$, $h_{i\,\min}$.

Шаг 6. Для значения $F_{\min}$ проверить условие остановки $\left(F_{\min} < \varepsilon\right)$? Да — текущая модель является оптимальной, нет — необходимо продолжить перебор.

Шаг 7. После завершения перебора проверить условие остановки $\left(F_{\min} < \varepsilon\right)$? Да — завершить оптимизацию, нет — определить новые значения для верхней и нижней границы каждого из параметров:

$$\begin{aligned} \underline{\rho_i} &= \rho_{i\,\min}, & \underline{h_i} &= h_{i\,\min}, \\ \overline{\rho_i} &= \rho_{i\,\min} + h_k, & \overline{h_i} &= h_{i\,\min} + h_l \end{aligned} \tag{17}$$

и перейти к шагу 2.

Численные результаты решения обратной задачи. По результатам анализа кривой, полученной при решении прямой задачи, можно установить:

$$\rho_1^0 = 15 \text{ Ом}\cdot\text{м}, \quad h_1 = 100 \text{ м};$$
$$\rho_2^0 = 300 \text{ Ом}\cdot\text{м}, \quad h_2 = 100 \text{ м};$$
$$\rho_3^0 = 5 \text{ Ом}\cdot\text{м}, \quad h_3 \to \infty;$$

$$\underline{\rho_1} = 1, \quad \underline{\rho_2} = 100, \quad \underline{\rho_3} = 1;$$
$$\overline{\rho_1} = 150, \quad \overline{\rho_2} = 2000, \quad \overline{\rho_3} = 150;$$
$$\underline{h_1} = 10, \quad \underline{h_2} = 10;$$
$$\overline{h_1} = 3000, \quad \overline{h_2} = 3000.$$

На рис. 4 изображены кривые, полученные на различных итерациях метода Хука — Дживса, показано последовательное приближение к решению.

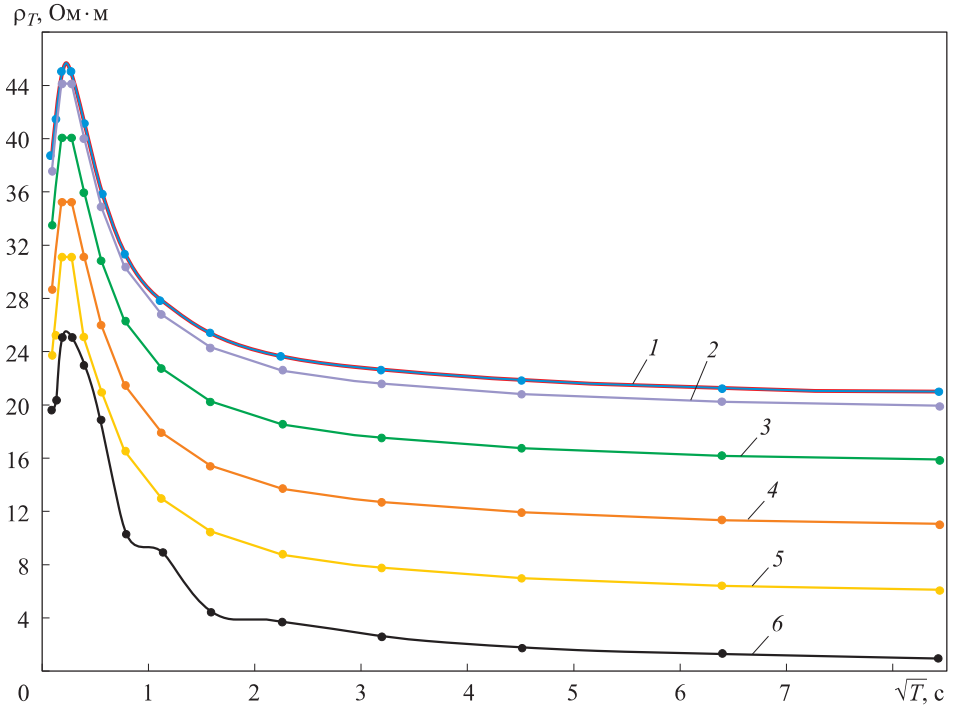


Рис. 4. Теоретические кривые на итерациях метода Хука — Дживса:
1 — $i = 142$; *2* — $i = 98$; *3* — $i = 30$; *4* — $i = 11$; *5* — $i = 4$; *6* — $i = 1$

При использовании данного метода (см. рис. 4) получена хорошая сходимость. Однако при дальнейшем исследовании было обнаружено, что метод Хука — Дживса работает не при всех начальных приближениях. Это можно объяснить тем, что функция кажущегося сопротивления является овражной.

При поиске оптимального решения методом полного перебора с шагом $h_k = 1$ была получена кривая, полностью совпадающая с кривой, построенной при решении прямой задачи. Значения параметров среды оказались равными истинным (заданным при решении прямой задачи).

На рис. 5 изображены кривые, полученные при решении прямой и обратной задач. Анализируя график, можно сделать вывод, что модифицированный метод полного перебора показал хорошую сходимость. Разработанный алгоритм протестирован на разных моделях среды с различным числом слоев и при различных верхних и нижних границах значений параметров среды. По результатам проведенных тестов данный метод также показал хорошую сходимость. Все значения параметров среды при решении обратной задачи оказались равны истинным.

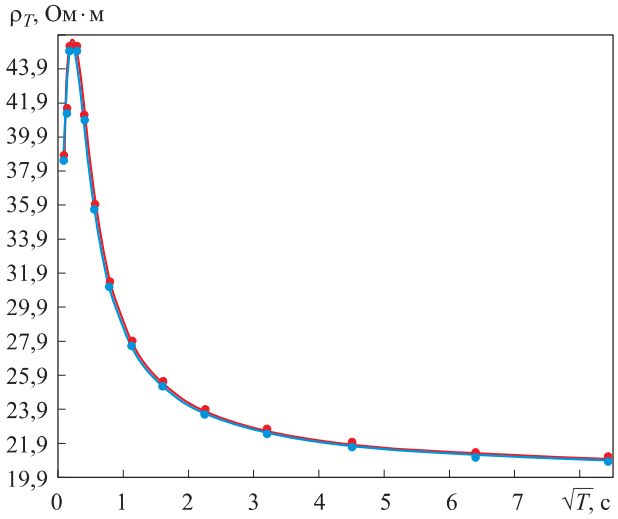


Рис. 5. Кривые:
— теоретическая, полученная методом полного перебора; — экспериментальная

Заключение. Разработанный комплекс алгоритмов позволяет решать прямые и обратные задачи МТЗ для различных моделей горизонтально-слоистой среды.

Для решения обратной задачи был реализован алгоритм Хука — Дживса, разработан и реализован алгоритм модифицированного метода полного перебора. Реализованные алгоритмы были протестированы при различных параметрах среды. В ходе исследования были выявлены преимущества и недостатки каждого из алгоритмов, а также установлены их характеристические особенности.

В результате сравнения алгоритмов было выявлено, что модифицированный метод полного перебора может быть использован для решения более широкого круга задач с большими значениями мощностей слоев и удельного электрического сопротивления. Разработанная модификация позволила сократить время поиска оптимального решения без потери точности. Реализованные алгоритмы могут быть использованы в исследовательских задачах МТЗ.

ЛИТЕРАТУРА

[1] Альпин Л.М., Даев Д.С., Каринский А.Д. *Теория полей, применяемых в разведочной геофизике*. Москва, Недра, 1985, 407 с.

[2] Андреева Е.В., Бердичевский М.Н., Голубцова Н.С., Колдаев Д.С., Яковлев А.Г. Контролируемая трансформация кривых МТЗ. *Известия АН СССР. Физика Земли*, 1991, № 10, с. 89–95.

[3] Аузин А.К. *Электроразведка. Спецкурс по индуктивным и радиоволновым методам рудной электроразведки*. Москва, Недра, 1977, 134 с.

[4] Бердичевский М.Н. *Электрическая разведка методом магнитотеллурического профилирования*. Москва, Недра, 1968, 254 с.

[5] Бердичевский М.Н. *Электрическая разведка методом теллурических токов*. Москва, Гостоптехиздат, 1960, 239 с.

[6] Бердичевский М.Н., Дмитриев В.И. *Магнитотеллурическое зондирование горизонтально-однородных сред*. Москва, Недра, 1992, 352 с.

[7] Зубарев К.М., Иванова Т.Л. Прямая и обратная задачи магнитотеллурического зондирования. *Политехнический молодежный журнал*, 2016, № 3 (3). DOI: 10.18698/2541-8009-2016-3-26

[8] Дмитриев В.И. Прямая и обратная задачи магнитотеллурического зондирования слоистой среды. *Известия АН СССР. Физика Земли*, 1970, № 1, с. 64–69.

[9] Жданов М.С. *Электроразведка*. Москва, Недра, 1986, 316 с.

[10] Жданов М.С., Варенцов И.М., Голубев Н.Г., Крылов В.А. Методы моделирования электромагнитных полей. *Мат. Междунар. проекта COMEMI*. Москва, Наука, 1990, 198 с.

[11] Краев А.П. *Основы геоэлектрики*. Ленинград, Недра, 1965, 587 с.

[12] Матвеев Б.К. *Электроразведка*. Москва, Недра, 1990, 368 с.

[13] Никитин А.А. *Теоретические основы обработки геофизической информации*. Москва, Недра, 1986, 342 с.

[14] Хмелевский В.К. Основной курс электроразведки. В 3 ч. Москва, Изд-во МГУ, 1970–1975. Ч. 1. — 324 с.; Ч. 2. — 383 с.; Ч. 3. — 402 с.

[15] Шейнманн С.М. Современные физические основы теории электроразведки. Ленинград, Недра, 1969, 224 с.

[16] Якубовский Ю.В., Ляхов Л.Л. Электроразведка. Москва, Недра, 1980, 365 с.

[17] Гольцман Ф.М. Проблемные вопросы информационно-статистической теории интерпретации геофизических наблюдений. *Известия АН СССР. Физика Земли*, 1977, № 12, с. 75–86.

[18] Гольцман Ф.М. Статистические модели интерпретации. Москва, Наука, 1971, 328 с.

[19] Грибов А.Ф., Жидков Е.Н., Краснов И.К. О численном решении обратной задачи теплопроводности. *Инженерный журнал: наука и инновации*, 2013, вып. 9. DOI: 10.18698/2308-6033-2013-9-964

[20] Димитриенко Ю.И. *Механика сплошной среды*. В 4 т. Т. 2. *Универсальные законы механики и электродинамики сплошной среды*, Москва, Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2011, 560 с.

[21] Димитриенко Ю.И., Краснов И.К., Реш Г.Ф., Акинкин Д., Кузнецов И. Разработка вычислительной технологии решения геометрически-обратных задач тепловой диагностики трехслойных сварных конструкций. *Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Естественные науки*, 2012. Спец. выпуск № 3 «Математическое моделирование», с. 55–63.

[22] Димитриенко Ю.И., Губарева Е.А., Маркевич М.Н., Сборщиков С.В. Математическое моделирование диэлектрических свойств наноструктурированных композиционных материалов методом асимптотического осреднения. *Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Естественные науки*, 2016, № 1, с. 76–89.

[23] Апельцин В.Ф., Мозжорина Т.Ю. Свойства одномерного фотонного кристалла как отражающей или волноведущей структуры в случае H-поляризованного возбуждения. *Математическое моделирование и численные методы*, 2014, № 2 (2), с. 3–27.

Статья поступила в редакцию

Ссылку на эту статью просим оформлять следующим образом:

Краснов И.К., Зубарев К.М., Иванова Т.Л. Численное решение задачи восстановления электрофизических параметров по результатам зондирования переменным током. *Математическое моделирование и численные методы*, 2018, № 1, с.

Краснов Игорь Константинович — канд. техн. наук, доцент кафедры «Вычислительная математика и математическая физика» МГТУ им. Н.Э. Баумана. Автор более 50 научных работ в области решения обратных задач.
e-mail: igorkrsnv@yandex.ru

Зубарев Кирилл Михайлович — выпускник МГТУ им. Н.Э. Баумана, кафедра «Вычислительная математика и математическая физика». Автор 3 научных работ в области электроразведки. e-mail: zubarev.bmstu@mail.ru

Иванова Татьяна Леонидовна — выпускник МГТУ им. Н.Э. Баумана, кафедра «Вычислительная математика и математическая физика». Автор 3 научных работ в области электроразведки. e-mail: tahyksa@mail.ru

Numerical solution of the problem of electrophysical parameter recovery using results of ac sounding

© I.K. Krasnov, K.M. Zubarev, T.L. Ivanova

Bauman Moscow State Technical University, Moscow, 105005, Russia

The problem of the electrophysical parameter recovery of layered media, which is the inverse problem of mathematical physics, is solved on the basis of the electromagnetic field measurement results. Various optimization methods for its solution are formulated. The mathematical model is proposed for a horizontally layered medium with specified parameters consistent with real values. The algorithm is developed for solving the direct problem allowing finding an analytical solution for various environmental parameter values. For solving inverse problems the complete enumeration and Hook - Jeeves methods as well as the developed modified method of complete enumeration are used. According to the results of solving the direct problem, the characteristic features of the medium are found for various values of the electrophysical parameters. When solving the inverse problem using various optimization methods, the features of each algorithm are described.

Keywords: *geoprospecting, magneto-telluric sounding, apparent resistivity, horizontally layered medium model, electrical resistivity, non-linear inverse problem*

REFERENCES

[1] Alpin L.M., Daev D.S., Karinsky A.D. *Teoriya poley, primenyaemykh v razvedochnoy geofizike* [The theory of the fields applied in exploratory geophysics]. Moscow, Nedra Publ., 1985, 407 p.

[2] Andreyeva E.V., Berdichevsky M.N., Golubtsova N.S., Koldaev D.S., Yakovlev A.G. *Izvestiya Akademii nauk SSSR. Ser. Fizika Zemli — Izvestiya, Physics of the Solid Earth*, 1991, no. 10, pp. 89–95.

[3] Auzin A.K. *Elektrorazvedka. Spetskurs po induktivnym i radiovolnovym metodam rudnoy elektrorazvedki* [Geoelectrical prospecting. Special course on

inductive and radio wave methods of ore electrical prospecting]. Moscow, Nedra Publ., 1977, 134 p.

[4] Berdichevsky M.N. *Elektricheskaya razvedka metodom magnetotellurichеskogo profilirovaniya* [Geoelectrical prospecting by magneto-telluric profiling]. Moscow, Nedra Publ., 1968, 254 p.

[5] Berdichevsky M.N. *Elektricheskaya razvedka metodom tellurichеskikh tokov* [Geoelectrical prospecting by telluric currents]. Moscow, Gostoptekhizdat Publ., 1960, 239 p.

[6] Berdichevsky M.N., Dmitriev V.I. *Magnitotellurichеskoe zondirovanie gorizontalno-odnorodnykh sred* [Magneto-telluric sounding of horizontally homogeneous media]. Moscow, Nedra Publ., 1992, 352 p.

[7] Zubarev K.M. Ivanova T.L. *Politekhnicheskiy molodezhnyy zhurnal* (*Polytechnic youth magazine*), 2016, no. 3. DOI: 10.18698/2541-8009-2016-3-26

[8] Dmitriyev V.I. *Izvestiya Akademii nauk SSSR. Ser. Fizika Zemli — Izvestiya, Physics of the Solid Earth*, 1970, no. 1, pp. 64–69.

[9] Zhdanov M.S. *Electrorazvedka* [Geoelectrical prospecting]. Moscow, Nedra Publ., 1986, 316 p.

[10] Zhdanov M.S., Varentsov I.M., Golubev N.G., Krylov V.A. Metody modelirovaniya elektromagnitnykh poley [Methods for electromagnetic field simulation]. *Materialy mezhdunarodnogo proekta COMEMI* [Materials of the International Project COMEMI]. Moscow, Nauka Publ., 1990, 198 p.

[11] Kraev A.P. *Osnovy geoelektriki* [Geoelectrics basics]. Leningrad, Nedra Publ., 1965, 587 p.

[12] Matveev B.K. *Electrorazvedka* [Geoelectrical prospecting]. Moscow, Nedra Publ., 1990, 368 p.

[13] Nikitin A.A. *Teoreticheskie osnovy obrabotki geofizicheskoy informatsii* [Principal theory of geophysical information processing]. Moscow, Nedra Publ., 1986, 342 p.

[14] Hmelevsky V.K. *Osnovnoy kurs elektrorazvedki*. V 3 chastyakh [Basic course of geoelectrical prospecting. In 3 parts]. Moscow, MGU Publ., 1970–1975, Part 1, 1970, 324 p.; part 2, 1971, 383 p.; part 3, 1975, 402 p.

[15] Sheynmann S.M. *Sovremennye fizicheskie osnovy teorii elektrorazvedki* [The modern principal physics of the geoelectrical prospecting theory]. Leningrad, Nedra Publ., 1969, 242 p.

[16] Yakubovsky Yu.V., Lyakhov L.L. *Electrorazvedka* [Geoelectrical prospecting]. Moscow, Nedra Publ., 1980, 365 p.

[17] Goltsman F.M. *Izvestiya Akademii nauk SSSR. Ser. Fizika Zemli — Izvestiya, Physics of the Solid Earth*, 1977, no. 12, pp. 75–86.

[18] Goltsman F.M. *Statisticheskie modeli interpretatsii* [Statistical interpretation models]. Moscow, Nauka Publ., 1971, 328 p.

[19] Gribov A.F., Zhidkov E.N., Krasnov I.K. *Inzhenernyy zhurnal: Nauka i innovatsii — Engineering Journal: Science and Innovation*, 2013, no. 9. DOI: 10.18698/2308-6033-2013-9-964

[20] Dimitrienko Yu.I. *Mekhanika sploshnoy sredy. V 4 tomakh. T. 2. Universalnye zakony mekhaniki i elektrodinamiki sploshnoy sredy* [Continuum mechanics. In 4 volumes. Vol. 2. Universal laws of continuum mechanics and lectrodynamics]. Moscow, BMSTU Publ., 2011, 560 p.

[21] Dimitrienko Yu.I., Krasnov I.K., Resh G.F., Akinkin D., Kuznetsov I. *Vestnik MGTU im. N.E. Baumana. Seria Estestvennye nauki — Herald of the Bauman Moscow State Technical University. Series: Natural Sciences.* Spec. issue no. 3“Mathematical modeling”, 2012, pp. 55–63.

[22] Dimitrienko Yu.I., Gubareva E.A., Markevich M.N., Sborshchikov S.V. *Vestnik MGTU im. N.E. Baumana. Seria Estestvennye nauki — Herald of the Bauman Moscow State Technical University. Series: Natural Sciences*, 2016, no. 1, pp. 76–89.

[23] Apeltsin V.F. Mozzhorina T.Yu. *Matematicheskoe modelirovanie i chislennye menody — Mathematical Modeling and Computational Methods*, 2014, no. 2 (2), pp. 3–27.

Krasnov I.K., Cand. Sc. (Eng.), Assoc. professor, Department of Computational Mathematics and Mathematical Physics, Bauman Moscow State Technical University. The author of over 50 research publications in the field of solving inverse problems. e-mail: igorkrsnv@yandex.ru

Zubarev K.M., graduate of Department of Computational Mathematics and Mathematical Physics, Bauman Moscow State Technical University. Author of 3 research publications in the field of geoelectrical prospecting. e-mail: zubarev.bmstu@mail.ru

Ivanova T.L., graduate of Department of Computational Mathematics and Mathematical Physics, Bauman Moscow State Technical University. Author of 3 research publications in the field of geoelectrical prospecting. e-mail: tahyksa@mail.ru