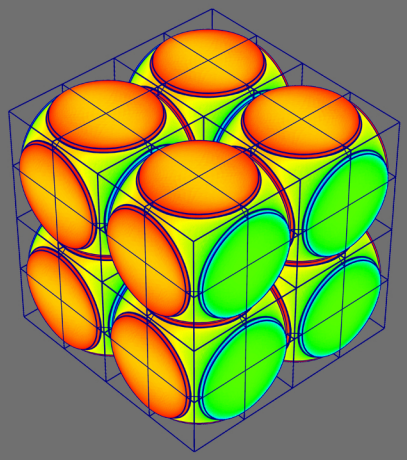
ISSN 2309-3684



Математическое моделирование и численные методы

Дубровин В.М., Семёнов К.С. Моделирование несущей способности гладкой цилиндрической оболочки в условиях ползучести материала. Математическое мо- делирование и численные методы, 2017, No 3, с. 38–48.

Источник: https://mmcm.bmstu.ru/articles/140/

Параметры загрузки:
IP: 216.73.217.61
08.11.2026 15:31:21

УДК 539.376 DOI 10.18698/2309-3684-2017-3-3848

Моделирование несущей способности гладкой цилиндрической оболочки в условиях ползучести материала

© В.М. Дубровин, К.С. Семёнов

МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, 105005, Россия

Предложен метод расчета несущей способности гладкой цилиндрической оболочки, находящейся длительное время под действием комплекса осевых и поперечных нагрузок. Предполагается, что при длительном нагружении материал оболочки подвержен явлению ползучести, что в свою очередь влияет на несущую способность оболочки. Получены соотношения, позволяющие оценить это влияние.

Ключевые слова: *несущая способность, разрушающая нагрузка, цилиндрическая оболочка, ползучесть, деформация, критическое напряжение, устойчивость*

Введение. Как показано в работах [1–4], в процессе потери устойчивости цилиндрической оболочки в условиях ползучести материала на ее поверхности в течение длительного времени не появляется заметных вмятин. Лишь незадолго до разрушения оболочки на ее поверхности появляется вмятина, развитие которой приводит к «хлопку» и фактическому разрушению оболочки. Время до момента «хлопка» лишь на 10–15 % превышает время до момента появления первой вмятины. Потеря устойчивости оболочки в условиях ползучести материала может происходить при нагрузках выше нижней критической и значительно ниже критической нагрузки упругой оболочки. Это обусловливает необходимость проведения оценки влияния ползучести материала на несущую способность (разрушающую нагрузку) оболочки, находящейся длительное время в напряженном состоянии.

Критерий устойчивости оболочки при наличии ползучести материала. Оценка влияния ползучести материала на несущую способность оболочки может быть проведена на основании различных критериев: критерия касательного модуля, динамического критерия, критерия начальных несовершенств, критерия критической деформации. Последний из перечисленных предложен в работах [5, 6] и использован в данной статье. Его физический смысл состоит в том, что при накоплении в конструкции пластических деформаций жесткость оболочки падает. Элементы конструкции теряют устойчивость при определенной полной деформации независимо от того, является она упругой или упругопластической и какими факторами она вызвана. Иначе говоря, предполагается, что потеря устойчивости элемента определяется достижением критической суммарной деформации, ве-

личину которой получают из решения соответствующей упругой или упругопластической задачи устойчивости.

Критерий критической деформации довольно прост для практического применения и хорошо согласуется с экспериментальными данными. Оценка критического времени потери устойчивости оболочки в условиях ползучести материала по величине упругой критической деформации соответствует значению нижнего критического напряжения сжатия и дает гарантированное нижнее значение критического времени потери устойчивости для оболочки при продольном сжатии [5–7].

Величина предельной деформации ползучести может быть найдена путем определения критической деформации, соответствующей решению упругой задачи. В условиях ползучести материала критическая деформация складывается из упругой деформации и деформации ползучести. При известной нагрузке определяется соответствующая ей упругая деформация. Разница между критической и упругой деформацией определяет предельную деформацию ползучести, соответствующую потере устойчивости конструкции. По закону увеличения деформации ползучести можно определить значение упругой деформации, изменение которой влияет как на величину критической нагрузки, так и на время нахождения конструкции в нагруженном состоянии без разрушения.

Изменение скорости деформации ползучести материала от времени нахождения под нагрузкой может быть описано степенной зависимостью [4, 8, 9]

$$\dot{\varepsilon} = B\sigma^m, \tag{1}$$

где ε — относительная деформация ползучести материала; B, m — постоянные коэффициенты для данного материала при определенной температуре; σ — напряжение от действующей нагрузки.

Логарифмируя соотношение (1), получим $\lg\dot{\varepsilon} = \lg B + m\lg\sigma$. Оно демонстрирует линейную зависимость между логарифмами скорости деформации ползучести и напряжения, что позволяет при известных кривых ползучести находить коэффициенты B и m. Так, например, в работе [4] эти коэффициенты составляют:

- для сплава АМг6-М $B = 6\cdot10^{-25}$ (см^2/кг)$^m\cdot$1/сут, $m = 6{,}15$;
- для сплава АМг6-Н $B = 1{,}5\cdot10^{-31}$ (см^2/кг)$^m\cdot$1/сут, $m = 7{,}94$.

Эти коэффициенты определяют стойкость конструкции к явлению ползучести. В данном случае очевидно, что сплав АМг6-Н менее подвержен явлению ползучести, чем сплав АМг6-М.

Математическая модель несущей способности гладкой цилиндрической оболочки с учетом ползучести материала. В соответствии с принятыми критериями устойчивости при заданном

напряжении σ критическая деформация $\varepsilon_{\text{кр}}^{n}$ ползучести и критическое время $t_{\text{кр}}$ потери устойчивости оболочки могут быть определены по формулам

$$\varepsilon_{\text{кр}}^{n} = -\frac{\sigma_{\text{кр}}^{\text{o}} - \sigma}{E}, \quad t_{\text{кр}} = \frac{\sigma_{\text{кр}}^{\text{o}} - \sigma}{EB\sigma^{m}}, \tag{2}$$

где $\sigma_{\text{кр}}^{\text{o}}$ — критическое напряжение упругой потери устойчивости оболочки; E — модуль упругости материала оболочки.

С помощью формул (2) можно оценить предельные возможности работоспособности конструкции при длительном нагружении. Напряжение, которое приводит к потере устойчивости оболочки за время хранения, может быть определено из уравнения

$$\sigma_{\text{кр}}^{t} - \frac{(\sigma_{\text{кр}}^{\text{o}} - \sigma_{\text{кр}}^{t})^{m}}{EBt} = 0. \tag{3}$$

Здесь $\sigma_{\text{кр}}^{t}$ — критическое напряжение оболочки с учетом ползучести материалов за время t.

Формула (3) позволяет установить изменения критического напряжения в течение срока эксплуатации оболочки.

Несущая способность оболочки с учетом деформации ползучести, накопленной за время t длительного нагружения, определяется в соответствии с принятым критерием устойчивости по формуле

$$T_{\text{кр}}^{t} = T_{\text{кр}}^{\text{o}} - \Delta T_{\text{р}}, \tag{4}$$

где $T_{\text{кр}}^{t}$ — несущая способность оболочки с учетом деформации ползучести; $T_{\text{кр}}^{\text{o}}$ — несущая способность в начальный момент времени; $\Delta T_{\text{р}}$ — уменьшение несущей способности в результате накопления в осевом направлении конструкции оболочки отрицательных деформаций ползучести ε_x, $\Delta T_{\text{р}} = -\varepsilon EF_{\text{сеч}}$; $F_{\text{сеч}}$ — площадь поперечного сечения оболочки.

Для определения ε_x рассмотрим гладкую цилиндрическую оболочку, нагруженную осевой силой N, внутренним гидростатическим давлением $P_{\text{г}}$, внутренним избыточным давлением $P_{\text{н}}$ наддува. Пусть R, δ, l — начальные значения радиуса, толщины и длины оболочки соответственно. Их значения после времени нагружения t обозначим как R_t, δ_t, l_t. Напряжения в сечениях оболочки в момент времени t определяются по формулам

$$\sigma_R = 0,\ \sigma_\varphi = \frac{P_\text{н} R_t}{\delta_t},\ \sigma_x = \frac{P_\text{н} R_t}{2\delta_t} - \frac{N}{2\pi R_t \delta_t},$$

где σ_R, σ_φ, σ_x — напряжения в радиальном, тангенциальном и осевом направлениях; $P_\text{н} + P_\text{г} = P_\text{и}$.

Для определения скорости деформации ползучести используем уравнения [10, 11]

$$\dot{\varepsilon}_R = \frac{1}{2} f(T)(\sigma_R - \sigma),\ \dot{\varepsilon}_\varphi = \frac{1}{2} f(T)(\sigma_\varphi - \sigma),\ \dot{\varepsilon}_x = \frac{1}{2} f(T)(\sigma_x - \sigma),$$

где $f(T) = \frac{H}{T}$; $T = \frac{1}{\sqrt{6}} \sqrt{(\sigma_R - \sigma)^2 + (\sigma_\varphi - \sigma)^2 + (\sigma_x - \sigma)^2}$ — интенсивность касательных напряжений; $\sigma = \frac{1}{3}(\sigma_R + \sigma_\varphi + \sigma_x)$; $H = \sqrt{\frac{2}{3}} \sqrt{(\dot{\varepsilon}_\varphi - \dot{\varepsilon}_x)^2 + (\dot{\varepsilon}_x - \dot{\varepsilon}_R)^2 + (\dot{\varepsilon}_R - \dot{\varepsilon}_\varphi)^2}$ — интенсивность скоростей сдвига.

Если при этом зависимость интенсивности скоростей сдвига от интенсивности касательных напряжений, согласно [11, 12], примем в виде

$$H = B_1 T^m,$$

где $B_1 = 3^{\frac{m+1}{2}} B$, тогда $f(T) = B_1 T^{m-1}$.

При степенном законе ползучести (1) интенсивность касательных напряжений запишем в виде

$$T = k \frac{P_\text{и} R_t}{\delta_t},$$

где $k = \sqrt{\frac{1 - \alpha + \alpha^2}{3}}$; $\alpha = \frac{\sigma_x}{\sigma_\varphi}$.

С учетом полученных соотношений получим

$$\dot{\varepsilon}_\varphi = \frac{2\alpha}{6k} B_1 T^m,\ \dot{\varepsilon}_x = \frac{2\alpha - 1}{R - \alpha} \dot{\varepsilon}_\varphi,\ \dot{\varepsilon}_R = -\frac{1 + \alpha}{R - \alpha} \dot{\varepsilon}_\varphi. \qquad (5)$$

В условиях длительного нагружения упругими деформациями и деформациями первого периода ползучести можно пренебречь, рассматривая лишь период установившейся ползучести. Тогда для скорости деформации в осевом и тангенциальном направлениях будут справедливы соотношения

$$\dot{\varepsilon}_x = \frac{1}{l_t}\frac{dl_t}{dt} = \frac{2\alpha - 1}{6k} B_1 \left(k \frac{P_и R_t}{\delta_t} \right)^m ,$$

$$\dot{\varepsilon}_\varphi = \frac{1}{R_t}\frac{dR_t}{dt} = \frac{2 - \alpha}{6k} B_1 \left(k \frac{P_и R_t}{\delta_t} \right)^m .$$

Условие несжимаемости материала при ползучести имеет вид:

$$R\delta l = R_t \delta_t l_t , \;\; l F_{\text{сеч}} = l_t F_{\text{сеч}\, t} . \tag{6}$$

Из уравнения (5) с учетом соотношений (6) получим:

$$d\left(\frac{R_t}{R} \right) / dt = \frac{2 - \alpha}{6k} B_1 \left(\frac{R_t}{R} \right)^{1 + \frac{3m}{2-\alpha}} \left(k \frac{P_и R}{\delta} \right); \tag{7}$$

$$\frac{l_t}{l} = \left(\frac{R_t}{R} \right)^{\frac{2\alpha - 1}{2 - \alpha}} , \quad \frac{\delta_t}{\delta} = \left(\frac{R_t}{R} \right)^{\frac{2 - \alpha}{1 + 2\alpha}} . \tag{8}$$

Деформация ползучести в тангенциальном и осевом направлениях определяется из дифференциального уравнения (7):

$$\varepsilon_\varphi = \frac{R_t}{R} - 1, \quad \varepsilon_x = \left(\frac{R_t}{R} \right)^{\frac{2\alpha - 1}{2 - \alpha}} - 1. \tag{9}$$

Деформацию ползучести в радиальном направлении вычислим из условия несжимаемости материала. Тогда изменение объема тела при деформировании представим в виде

$$\frac{\Delta V}{V} = \varepsilon_\varphi + \varepsilon_x + \varepsilon_R + \varepsilon_\varphi \varepsilon_x + \varepsilon_x \varepsilon_R + \varepsilon_R \varepsilon_\varphi + \varepsilon_\varphi \varepsilon_x \varepsilon_R .$$

Так как в условиях ползучести $\Delta V = 0,$ то из последнего соотношения следует:

$$\varepsilon_R = \frac{-\varepsilon_\varphi - \varepsilon_x - \varepsilon_\varphi \varepsilon_x}{1 + \varepsilon_\varphi + \varepsilon_\varphi + \varepsilon_\varphi \varepsilon_x} .$$

В случае если $\alpha = \text{const},$ уравнение (7) имеет решение в виде

$$\frac{R_t}{R} = \left[1 - \frac{m B_1}{2k} \left(k \frac{P_и R}{\delta} \right)^m t \right]^{\frac{\alpha - 2}{3m}} . \tag{10}$$

В момент разрушения

$$\frac{R_t}{R} = \left(\frac{P_{\text{и}} R}{\delta \sigma_s} \right)^{\frac{\alpha-2}{3m}}, \tag{11}$$

где σ_s — предел текучести материала.

Подставив (11) в уравнение (10), получим время разрушения оболочки при ползучести

$$t_{\text{р}} = \frac{2k \left[1 - \left((P_{\text{и}} R) / (\delta \sigma_s) \right)^m \right]}{m B_1 \left(k \left((P_{\text{и}} R) / \delta \right) \right)^m}.$$

Из уравнений (9)–(11) имеем:

$$\varepsilon_{\varphi} = \left\{ 1 - \left[1 - \left(\frac{P_{\text{и}} R}{\delta \sigma_s} \right)^m \right] \frac{t}{t_p} \right\}^{\frac{\alpha-2}{3m}} - 1, \quad \varepsilon_x = \left\{ 1 - \left[1 - \left(\frac{P_{\text{и}} R}{\delta \sigma_s} \right)^m \right] \frac{t}{t_{\text{р}}} \right\}^{\frac{1-2\alpha}{3m}} - 1,$$

$$\varepsilon_R = \left\{ 1 - \left[1 - \left(\frac{P_{\text{и}} R}{\delta \sigma_s} \right)^m \right] \frac{t}{t_{\text{р}}} \right\}^{\frac{1+\alpha}{3m}} - 1.$$

Если известно допустимое значение деформации ползучести, то время, соответствующее накоплению этой деформации, будет определять допустимый срок эксплуатации оболочки по условию накопления деформации. Зная величину осевой деформации оболочки, в соответствии с формулой (4) можем определить несущую способность оболочки для любого времени эксплуатации [13–18].

Для гладкой цилиндрической оболочки критическое напряжение потери устойчивости определяется по формуле

$$\sigma_{\text{кр}}^{\text{о}} = k_1 \frac{E \delta_t}{R_t},$$

где k_1 — параметр критической нагрузки.

Тогда $\Delta T_{\text{р}} = -\frac{2}{3} \pi E R_t \delta_t$.

Несущая способность оболочки в произвольный момент времени составит $T_{\text{кр}}^t = 2\pi E (k_1 \delta_t^2 + R_t \delta_t \varepsilon_x)$.

С учетом соотношений (8) и (9) для δ_t и ε_x будем иметь:

$$T_{\text{кр}}^{t} = 2\pi E k_1 \left[\delta^2 \left(\frac{R_t}{R} \right)^{-\frac{2(1+\alpha)}{2-\alpha}} + R\delta \left(1 - \left(\frac{R_t}{R} \right)^{\frac{1-2\alpha}{2-\alpha}} \right) \right]. \qquad (12)$$

Алгоритм и пример расчета несущей способности оболочки. Формула (12) позволяет определить величину несущей способности в произвольный момент времени нахождения оболочки под нагрузкой. На рисунке отражено изменение несущей способности в зависимости от времени нахождения под нагрузкой. Алгоритм расчета несущей способности заключается в последовательном выполнении ряда операций, позволяющих при заданных исходных данных по геометрии оболочки, характеристиках материала и величине действующих нагрузок получить значение критической деформации ползучести и несущей способности оболочки.

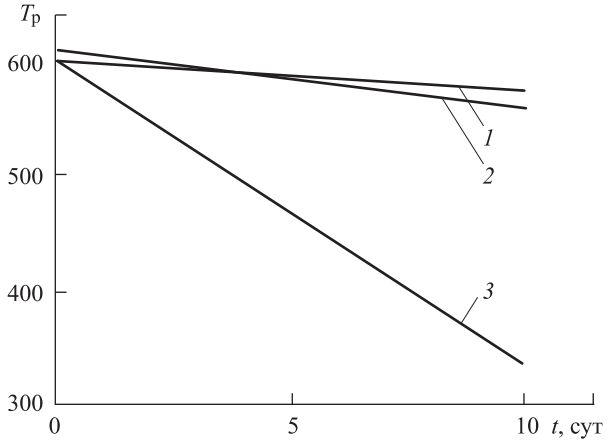


Рисунок. Зависимость несущей способности от времени нахождения оболочки под нагрузкой:

1 — сплав АМг6-Н, $P_н = P_{max}$; *2*, *3* — сплав АМг6-М,

$P_н = P_{min}$ и $P_н = P_{max}$ соответственно

Для этого по отношению к гладкой цилиндрической оболочке следует:

- задать геометрические параметры оболочки;
- определить механические характеристики материала оболочки;
- найти коэффициенты, определяющие скорость деформации ползучести, используя кривые ползучести материала;
- задать величины действующих на оболочку нагрузок;
- вычислить величину критической деформации ползучести и критическое время потери устойчивости оболочки (2);

• определить критическое напряжение оболочки с учетом ползучести материала (3);

• вычислить изменение геометрических параметров оболочки вследствие ползучести (8), (10);

• определить несущую способность оболочки в произвольный момент времени нахождения под нагрузкой.

В качестве исходных данных принято: $R = 150$ см; $\delta = 0,375$ см; $E = 7,2$ кг/см^2; $P_{\text{г}} = 1,08$ кг/см^2; $P_{\text{н}\max} = 1,9$ кг/см^2; $P_{\text{н}\min} = 0$ кг/см^2. Материал оболочки: сплавы АМг6-М с коэффициентами ползучести $B = 6 \cdot 10^{-25}$ (см^2/кг)$^m \cdot$1/сут, $m = 6,15$, и АМг6-Н с коэффициентами ползучести $B = 1,5 \cdot 10^{-31}$ (см^2/кг)$^m \cdot$1/сут, $m = 7,94$.

Согласно расчетам, несущая способность оболочки при заданном уровне продольной нагрузки зависит от двух факторов длительного нагружения: величины избыточного давления наддува и коэффициентов ползучести материала оболочки. Для обеспечения стабильности несущей способности оболочки при длительном нагружении следует предусмотреть создание таких условий работы оболочки, при которых исключаются резкие перепады давления наддува, давление находится вблизи нижней границы возможных значений, а также использовать в конструкции оболочки материал, устойчивый к ползучести.

Выводы. 1. Предложенный метод оценки несущей способности гладкой цилиндрической оболочки позволяет определить при заданном уровне нагрузок в условиях ползучести материала закон изменения несущей способности от времени нахождения оболочки под нагрузкой.

2. Установлено, что несущая способность оболочки при длительном нагружении зависит от уровня действующих нагрузок и характеристик ползучести материала оболочки.

3. Обеспечение стабильности несущей способности оболочки для значительного периода эксплуатации может быть достигнуто путем оптимального выбора нагрузок и использования конструкционных материалов, устойчивых к явлению ползучести.

4. Результаты работы могут быть использованы при оценке работы технических систем, имеющих в своем составе цилиндрические оболочки, при длительных сроках эксплуатации.

ЛИТЕРАТУРА

[1] Голушко С.К., Немировский Ю.В. *Прямые и обратные задачи механики упругих композитных пластин и оболочек вращения*. Москва, ФИЗМАТЛИТ, 2008, 432 с.

[2] Александровская Л.Н., Афанасьев А.П., Лисов А.А. *Современные методы обеспечения безотказности сложных технических систем*. Москва, Логос, 2001, 208 с.

[3] Ширвель П.И., Чигарев А.В., Куликов И.С. *Прочность неравномерно нагретых цилиндрических тел в условиях ползучести и радиационного облучения*. Минск, Изд-во БНТУ, 2014, 252 с.

[4] Дубровин В.М., Бутина Т.А. Моделирование процесса ползучести конструкционных материалов. *Инженерный журнал: наука и инновации*, 2013, вып. 9. URL: http://engjournal.ru/catalog/mathmodel/material/960.html (дата обращения 14.11.2017).

[5] Харлаб В.Д. *Принципиальные вопросы линейной теории ползучести (с привязкой к бетону)*. Санкт-Петербург, Изд-во СПбГАСУ, 2014, 207 с.

[6] Бутина Т.А., Дубровин В.М. Устойчивость цилиндрической оболочки при комбинированном нагружении. *Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана*, 2012. Спец. выпуск № 3 «Математическое моделирование», с. 127–133.

[7] Пиковский А., Розенблюм М., Куртс Ю. *Синхронизация. Фундаментальное нелинейное явление*. Москва, Техносфера, 2003, 496 с.

[8] Костюк А.Г. *Пластичность и разрушение кристаллического материала при сложном нагружении*. Москва, Изд-во МЭИ, 2000, 178 с.

[9] Соломонов Ю.С., Георгиевский В.П., Недбай А.Я., Андрюшин В.А. *Методы расчета цилиндрических оболочек из композиционных материалов*. Москва, ФИЗМАТЛИТ, 2009, 264 с.

[10] Сухинин С.Н. *Прикладные задачи устойчивости многослойных композитных оболочек*. Москва, ФИЗМАТЛИТ, 2010, 248 с.

[11] Фролов К.В. *Избранные труды*. *В 2 т. Т. 2. Машиноведение и машиностроение.* Москва, Наука, 2007, 522 с.

[12] Дубровин В.М., Бутина Т.А. Моделирование динамической устойчивости цилиндрической оболочки при циклическом осевом воздействии. *Математическое моделирование и численные методы*, 2016, № 3 (11), с. 24–32.

[13] Жилин П.А. *Актуальные проблемы механики*. *Сборник статей по материалам докладов на ежегодной международной летней школе-конференции «Актуальные проблемы механики». Т. 1.* Санкт-Петербург, Институт проблем машиноведения РАН, 2006, 306 с.

[14] Садыхов Г.С., Кузнецов В.И. Основы выбора безопасных периодов эксплуатации объектов. *Проблемы машиностроения и надежности машин*, 2005, № 4, с. 96–99.

[15] Садыхов Г.С. Критерии оценок безопасной эксплуатации технических объектов. *Проблемы машиностроения и надежности машин*, 2005, № 1, с. 119–122.

[16] Садыхов Г.С., Кузнецов В.И. *Методы и модели оценок безопасности сверхназначенных сроков эксплуатации технических объектов*. Москва, Изд-во ЛКИ, 2007, 144 с.

[17] Дубровин В.М., Бутина Т.А. Моделирование динамической устойчивости цилиндрической оболочки при действии осевой сжимающей нагрузки. *Математическое моделирование и численные методы*, 2015, № 2 (6), с. 46–57.

[18] Дубровин В.М., Бутина Т.А. Моделирование устойчивости сжатого и скрученного стержня в точной постановке задачи. *Математическое моделирование и численные методы*, 2015, № 7, с. 3–16.

Статья поступила в редакцию 14.04.2017

Ссылку на эту статью просим оформлять следующим образом:

Дубровин В.М., Семёнов К.С. Моделирование несущей способности гладкой цилиндрической оболочки в условиях ползучести материала. *Математическое моделирование и численные методы*, 2017, № 3, с. 38–48.

Дубровин Виктор Митрофанович окончил Саратовский государственный университет. Канд. техн. наук, доцент кафедры «Вычислительная математика и математическая физика» МГТУ им. Н.Э. Баумана. Специалист в области прочности и устойчивости деформируемых систем. Автор пяти изобретений.
e-mail: dubrovinvm1934@yandex.ru

Семёнов Кирилл Сергеевич окончил МГТУ им. Н.Э. Баумана. Инженер первой категории РКК «Энергия» Центра управления полетами. Специалист в области управления сложными техническими системами. e-mail: semyonof@gmail.com

Modeling of load-bearing capacity of a smooth cylindrical shell under conditions of material creep

© Dubrovin V.M., Semenov K.S.

Bauman Moscow State Technical University, Moscow, 105005, Russia

The study introduces a method for calculating the load-bearing capacity of a smooth cylindrical shell, which has been under the action of axial and transverse loads for a long time. We assume that with prolonged loading, the shell material is subject to the phenomenon of creep, which in turn affects the load-bearing capacity of the shell. As a result, we obtained relations that made it possible to estimate this influence.

Keywords: *load-bearing capacity, destructive load, cylindrical shell, creep, deformation, critical stress, stability*

REFERENCES

[1] Golushko S.K., Nemirovskiy Yu.V. *Pryamye i obratnye zadachi mekhaniki uprugikh kompozitnykh plastin i obolochek vrashcheniya* [Direct and inverse problems of mechanics of elastic composite plates and rotary shells]. Moscow, FIZMATLIT Publ., 2008, 432 p.

[2] Aleksandrovskaya L.N., Afanasev A.P., Lisov A.A. *Sovremennye metody obespecheniya bezotkaznosti slozhnykh tekhnicheskikh sistem* [Modern methods of ensuring failure-free performance of complex technical systems]. Moscow, Logos Publ., 2001, 208 p.

[3] Shirvel P.I., Chigarev A.V., Kulikov I.S. *Prochnost neravnomerno nagretykh tsilindricheskikh tel v usloviyakh polzuchesti i radiatsionnogo oblucheniya* [Strength of unevenly heated cylindrical bodies under conditions of creep and radiation exposure]. Minsk, BNTU Publ., 2014, 252 p.

[4] Dubrovin V.M., Butina T.A. *Inzhenernyy zhurnal: nauka i innovatsii — Engineering Journal: Science and Innovation*, 2013, no. 9. Available at: http://engjournal.ru/catalog/mathmodel/material/960.html (accessed November 14, 2017).

[5] Kharlab V.D. *Printsipialnye voprosy lineynoy teorii polzuchesti (s priviazkoy k betonu)* [Fundamental questions of the linear creep theory (with reference to concrete)]. St. Petersburg, SPSUACE Publ., 2014, 207 p.

[6] Butina T.A., Dubrovin V.M. *Vestnik MGTU im. N.E. Baumana. Spets. vypusk № 3 "Matematicheskoe modelirovanie" — Herald of the Bauman Moscow State Technical University. Spec. iss. "Mathematical Modeling"*, 2012, no. 3, pp. 127–133.

[7] Pikovskiy A., Rozenblyum M., Kurts Yu. *Sinkhronizatsiya. Fundamentalnoe nelineynoe yavlenie* [Synchronization: a fundamental nonlinear phenomenon]. Moscow, Tekhnosfera Publ., 2003, 496 p.

[8] Kostyuk A.G. *Plastichnost i razrushenie kristallicheskogo materiala pri slozhnom nagruzhenii* [Plasticity and destruction of a crystalline material under complex loading]. Moscow, MPEI Publ., 2000, 178 p.

[9] [Solomonov Yu.S., Georgievskiy V.P., Nedbay A.Ya., Andryushin V.A. *Metody rascheta tsilindricheskikh obolochek iz kompozitsionnykh materialov* [Methods for calculating cylindrical shells of composite materials]. Moscow, FIZMATLIT Publ., 2009, 264 p.

[10] Sukhinin S.N. *Prikladnye zadachi ustoychivosti mnogosloynykh kompozitnykh obolochek* [Applied stability problems of multilayer composite shells]. Moscow, FIZMATLIT Publ., 2010, 248 p.

[11] Frolov K.V. *Izbrannye trudy. V 2 tomakh. Tom 2. Mashinovedenie i mashinostroenie* [Selected works. In 2 vol. Vol. 2. Engineering and machine building]. Moscow, Nauka Publ., 2007, 522 p.

[12] Dubrovin V.M., Butina T.A. *Matematicheskoe modelirovanie i chislennye metody — Mathematical Modeling and Computational Methods*, 2016, no. 3 (11), pp. 24–32.

[13] Zhilin P.A. *Aktualnye problemy mekhaniki. Sbornik statey po materialam dokladov na ezhegodnoy mezhdunarodnoy letney shkole-konferentsii "Aktualnye problemy mekhaniki". Tom 1* [Current issues of mechanics. Collection of articles on the materials of the reports at the annual international summer school-conference "Current issues of mechanics". Vol. 1]. St. Petersburg, Institute of Problems of Mechanical Engineering RAS Publ., 2006, 306 p.

[14] Sadykhov G.S., Kuznetsov V.I. *Problemy mashinostroeniya i nadezhnosti mashin — Journal of Machinery Manufacture and Reliability*, 2005, no. 4, pp. 96–99.

[15] Sadykhov G.S. *Problemy mashinostroeniya i nadezhnosti mashin — Journal of Machinery Manufacture and Reliability*, 2005, no. 1, pp. 119–122.

[16] Sadykhov G.S., Kuznetsov V.I. *Metody i modeli otsenok bezopasnosti sverkhnaznachennykh srokov ekspluatatsii tekhnicheskikh ob'ektov* [Methods and models for assessing the safety of overdetermined periods of operation of technical facilities]. Moscow, LKI Publ., 2007, 144 p.

[17] Dubrovin V.M., Butina T.A. *Matematicheskoe modelirovanie i chislennye metody — Mathematical Modeling and Computational Methods*, 2015, no. 2 (6), pp. 46–57.

[18] Dubrovin V.M., Butina T.A. *Matematicheskoe modelirovanie i chislennye metody — Mathematical Modeling and Computational Methods*, 2015, no. 7, pp. 3–16.

Dubrovin V.M. graduated from Saratov State University, Cand. Sc. (Eng.), Assoc. Professor, Department of Computational Mathematics and Mathematical Physics, Bauman Moscow State Technical University. Specialist in the field of strength and stability of deformable systems. Author of five inventions. e-mail: dubrovinvm1934@yandex.ru

Semenov K.S. graduated from Bauman Moscow State Technical University, first rank engineer, S.P. Korolev Rocket and Space Corporation Energia. Specialist in the field of complex technical systems control. e-mail: semyonof@gmail.com