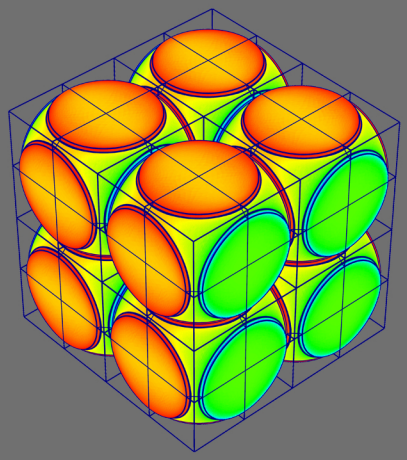
ISSN 2309-3684



Математическое моделирование и численные методы

Владимиров И. Ю., Корчагин Н. Н., Савин А. С.
Моделирование волнового воздействия стратифицированного течения на подводный трубопровод. Математическое моделирование и численные методы, 2014, №2 (2), с. 62-76

Источник: https://mmcm.bmstu.ru/articles/14/

Параметры загрузки:
IP: 216.73.216.253
04.11.2026 23:56:43

УДК 532.58

Моделирование волнового воздействия стратифицированного течения на подводный трубопровод

© И.Ю. Владимиров[1], Н.Н. Корчагин[1], А.С. Савин [2]

[1] Институт океанологии им. П.П. Ширшова РАН, Москва, 117851, Россия
[2] МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, 105005, Россия

Исследованы силовые воздействия на подводный трубопровод, связанные с генерацией волн на границе слоев придонного течения. Получено интегральное представление для силы воздействия со стороны водной среды на трубопровод, проведен его численный анализ. Выявлены условия обтекания, при которых происходит значительное увеличение гидродинамических реакций.

Ключевые слова: *подводный трубопровод, придонные стратифицированные течения, волновое сопротивление, подъемная сила.*

Введение. На обтекаемый морским или речным течением подводный трубопровод действует горизонтальная сила вязкого сопротивления, пропорциональная квадрату скорости потока воды. При этом если окружающая среда стратифицирована, то обтекаемый потоком трубопровод будет генерировать внутренние волны, вследствие чего возникнет дополнительное волновое сопротивление. Условия, благоприятствующие возникновению внутренних волн при обтекании подводного трубопровода, могут создавать придонные мутьевые потоки, возникающие при подъеме со дна твердых микро- и мелкозернистых частиц грунта. Эффективная плотность таких потоков может превышать плотность чистой воды на 10 % и более, а толщина − достигать нескольких десятков метров.

Придонные потоки разделяют, в частности, на так называемые *грязевые потоки* и *взвесенесущие турбулентные течения*. Первые — концентрированные донные пограничные слои плотностью более 0,01 г/см^3. На такие потоки большое влияние оказывают приливы и волны. Вторые — взвесенесущие турбулентные потоки плотностью менее 0,01 г/см^3. Однако непосредственно у дна последние имеют более высокую концентрацию взвешенных частиц [1].

Используемые в настоящей статье подходы к расчету силовых воздействий на подводный трубопровод, связанных с образованием внутренних волн в стратифицированном потоке, основаны на результатах работ авторов [2−7]. Эти работы были выполнены в целях изучения возмущений морской поверхности, возникающих при обтекании глубинных препятствий стратифицированным морским течением. Важнейшими величинами, подлежавшими определению в этих работах, яв-

лялись комплексный потенциал и комплексная скорость возмущенного препятствием потока. В настоящей статье через эти величины определяются дополнительные силовые воздействия на трубопровод.

Из работ последних лет, имеющих отношение к рассматриваемой задаче и ее возможным дальнейшим обобщениям, отметим [8−15]. В работе [8] изучено взаимодействие движущегося тела с резким скачком плотности водной среды. В [9] рассмотрена двумерная задача об источнике, движущемся в стратифицированном сдвиговом потоке со скоростью, совпадающей со скоростью потока на некотором уровне. Показано, что в этом случае волновое сопротивление может быть существенно больше, чем в однородном потоке. В [10] изложены результаты экспериментального исследования турбулентного стратифицированного сдвигового потока. Показано, что при превышении некоторой пороговой скорости происходит самовозбуждение интенсивных внутренних волн. В [11] изучено прохождение внутренних волн над круговым цилиндром в условиях непрерывной стратификации, характеризуемой наличием слоя высокого градиента плотности (пикноклина) конечной толщины. В [12] экспериментально исследованы гидродинамические нагрузки, возникающие на погруженном круговом цилиндре при взаимодействии с уединенной внутренней волной, распространяющейся по нижнему тонкому слою двухслойной системы смешивающихся жидкостей. Показано, что горизонтальная нагрузка максимальна, когда цилиндр находится на дне канала, и минимальна, когда он находится вблизи границы раздела сред.

Обобщению рассматриваемых задач на случай пространственного потока посвящена работа [13], где в рамках линейной теории найдены асимптотики полей возмущений скорости и давления, возникающих при равномерном движении тела в однородно-стратифицированной жидкости под произвольным углом к горизонтали. Для случая сферы вычислено волновое сопротивление и исследована его зависимость от угла атаки и числа Фруда. Движение сферы в однородно-стратифицированной жидкости исследовано также в [14]. Для коэффициента лобового сопротивления найдены асимптотические формулы, справедливые при больших и малых числах Фруда. Проведено сравнение полученных результатов с экспериментальными данными. В [15] получены выражения для гидродинамических реакций, испытываемых телом в потоке сжимаемой жидкости. Показано, что вычисление силы сопротивления и подъемной силы требует знания только полей скорости и ее производных на произвольной поверхности (либо контуре), охватывающей обтекаемое тело. Аналогичным задачам о расчете распределения давления на поверхности твердого тела в сжимаемом газовом потоке, но при сверхзвуковых скоростях, посвящено большое число работ, отметим лишь работу [16], в которой также использованы приближенно-аналитические методы.

Постановка задачи и ее аналитическое решение. Рассматривается двухслойный поток идеальной жидкости, ограниченный горизонтальным дном, стационарно обтекающий трубопровод с круговым поперечным сечением радиусом R. Далее трубопровод моделируется точечным диполем с моментом

$$m = 2\pi V R^2, \tag{1}$$

где V — скорость набегающего потока [1]. Обозначим толщину верхнего слоя H, нижнего — H_1, а плотности – соответственно ρ_1 и ρ_2 $(\rho_1 < \rho_2)$. Требуется определить гидродинамическую нагрузку, испытываемую трубопроводом. Начало координат поместим на невозмущенной границе между слоями жидкости, ось x направим вдоль этой границы, а ось y вертикально вверх. Моделирующий трубопровод диполь находится под границей раздела двух слоев (рис. 1). Решение задачи проводим в рамках теории малых возмущений.

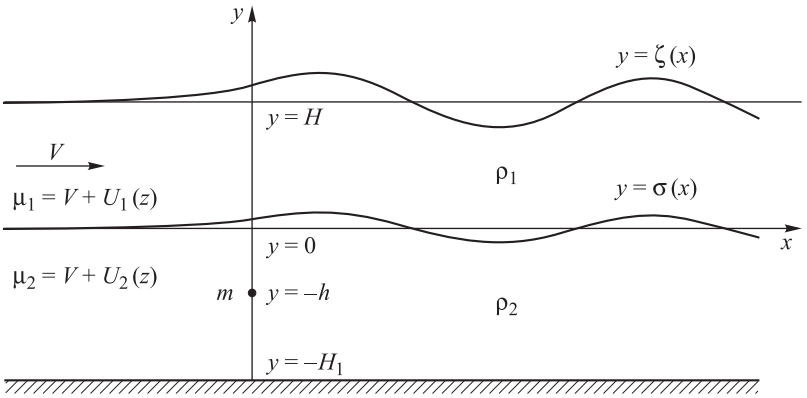


Рис. 1. Обтекание моделирующего трубопровод диполя, локализованного в нижнем слое двухслойного потока в точке $y = (0, -h)$

Рассмотрим случай, когда диполь находится под скачком плотности, т. е. в точке $(0, -h)$. Предполагая течение потенциальным, представим комплексно-сопряженную скорость в каждом из слоев в виде $\mu_k = V + U_k$, $U_k = u_k - iv_k$, $k = 1, 2$. Обозначим отклонение свободной поверхности от ее невозмущенного положения $y = H$ через $\zeta(x)$, а возвышение границы раздела слоев потока — через $\sigma(x)$. Вдоль линии тока $y = H + \zeta(x)$ вектор скорости произвольной частицы жидкости коллинеарен ее касательной. Отсюда

$$\zeta'(x) = \left.\frac{v_1}{V + u_1}\right|_{y = H + \zeta(x)}.$$

Далее, линеаризуя данное условие и перенося его со свободной поверхности на прямую $y = H$, имеем кинематическое граничное условие

$$v_1 = V\zeta'(x) \quad \text{при } y = H. \tag{2}$$

Аналогично получаем линеаризованное кинематическое условие вдоль поверхности раздела слоев

$$v_1 = V\sigma'(x);\ v_2 = V\sigma'(x) \ \text{ при } y = 0. \tag{3}$$

Отсюда имеем одно условие для вертикальных компонент скорости:

$$v_1 = v_2 \ \text{ при } y = 0. \tag{4}$$

Затем из интеграла Бернулли с учетом затухания возмущений от диполя вверх по потоку и постоянства давления вдоль свободной поверхности получаем линеаризованное динамическое условие на границе верхнего слоя

$$\zeta(x) = -\frac{V}{g}u_1 \ \text{ при } y = H. \tag{5}$$

Продифференцируем равенство (5) по x и из полученного соотношения исключим величину $\zeta'(x)$ с помощью формулы (2). В результате придем к граничному условию для компонент вектора скорости

$$\frac{\partial u_1}{\partial x} + \nu v_1 = 0 \quad \text{при} \quad y = H, \quad \nu = \frac{g}{V^2}. \tag{6}$$

Продолжая операции с интегралами Бернулли, записанные для линий тока на верхней и нижней сторонах поверхности раздела слоев $y = \sigma(x)$, приходим к граничному условию для возмущений скорости на невозмущенном слое скачка плотности $\sigma(x)$:

$$\rho_1\left(\frac{\partial u_1}{\partial x} + \nu v_1\right) = \rho_2\left(\frac{\partial u_2}{\partial x} + \nu v_2\right) \ \text{ при } y = 0. \tag{7}$$

Кроме того, на дне бассейна должно быть выполнено условие непротекания

$$v_2 = 0 \quad \text{при } y = -H_1. \tag{8}$$

Перепишем соотношения (6), (7), (4), (8) соответственно в терминах возмущений комплексно-сопряженной скорости:

$$\operatorname{Im}\left[i\frac{dU_1}{dz} - \nu U_1\right] = 0 \ \text{ при } y = H; \tag{9}$$

$$\delta \mathrm{Im}\left[i\frac{dU_1}{dz} - \nu U_1 \right] = \mathrm{Im}\left[i\frac{dU_2}{dz} - \nu U_2 \right] \text{ при } y = 0; \tag{10}$$

$$\mathrm{Im}\, U_1 = \mathrm{Im}\, U_2 \text{ при } y = 0; \tag{11}$$

$$\mathrm{Im}\, U_2 = 0 \text{ при } y = -H_1, \tag{12}$$

где $\delta = \rho_1/\rho_2$, $z = x + iy$. Таким образом, исходная задача сведена к отысканию функций $U_1(z)$ и $U_2(z)$, удовлетворяющих граничным условиям (9)–(12), причем $U_1(z)$ регулярна в полосе $-\infty < x < +\infty$; $0 < y < H$, а $U_2(z)$ — в полосе $-\infty < x < +\infty$; $-H_1 < y < 0$ всюду за исключением точки $z = -ih$, в которой она имеет полюс второго порядка (так как в этой точке расположен диполь).

В соответствии с вышесказанным будем искать комплексно-сопряженную скорость $U_1(z)$ в виде ее разложения в интеграл Фурье по волновым числам, а $U_2(z)$ − как сумму комплексно-сопряженной скорости, индуцированной диполем в безграничном потоке, и регулярной функции, представленной интегралом Фурье:

$$U_1 = \frac{m}{2\pi}\int_0^\infty \left[A(k)e^{ikz} + B(k)e^{-ikz} \right] dk; \tag{13}$$

$$U_2 = \frac{m}{2\pi}\left[-\frac{1}{(z+ih)^2} + \int_0^\infty \left[C(k)e^{ikz} + D(k)e^{-ikz} \right] dk \right]. \tag{14}$$

Применив равенство

$$-\frac{1}{(z+ih)^2} = \begin{cases} \int_0^\infty ke^{-kh}e^{ikz}dk, & \text{если } y > -h; \\ \int_0^\infty ke^{kh}e^{-ikz}dk, & \text{если } y < -h, \end{cases}$$

получим из (14) выражение для функции $U_2(z)$ в областях нижнего слоя, находящихся над точкой локализации диполя и под ней соответственно:

$$U_2(z) = \begin{cases} \frac{m}{2\pi}\int_0^\infty [(ke^{-kh} + C(k))e^{ikz} + D(k)e^{-ikz}]dk, \text{если } y > -h; \\ \frac{m}{2\pi}\int_0^\infty [C(k)e^{ikz} + (ke^{kh} + D(k))e^{-ikz}]dk, \text{если } y < -h. \end{cases} \tag{15}$$

Подставив формулы (13)–(15) для комплексно-сопряженных скоростей $U_1(z)$ и $U_2(z)$ в граничные условия (9)–(12) и проведя соответствующие процедуры, получим неоднородную систему из четырех линейных алгебраических уравнений для определения четырех неизвестных функций. Применив стандартные процедуры решения такой системы, получим выражения для исследуемых далее параметров задачи:

$$A(k) = k\left\{-(1-\delta)\left(k^2-\nu^2\right)\operatorname{sh}k(H-h)+\left[(1+\delta)k^2+(1-\delta)\nu^2\right]\times\right.$$
$$\left.\times\operatorname{sh}k(H+h)-2k\nu\operatorname{ch}k(H+h)\right\}\times$$
$$\times\left\{2\operatorname{ch}kH\operatorname{ch}kH_1e^{kH_1}\left[k^2+\left(\delta k^2+(1-\delta)\nu^2\right)\operatorname{th}kH\operatorname{th}kH_1-k\nu\left(\operatorname{th}kH+\operatorname{th}kH_1\right)\right]\right\}^{-1};$$

$$B(k)=$$
$$=\frac{k\operatorname{ch}k\left(H_1-h\right)\left\{-\left[(1+\delta)k^2+2k\nu+(1-\delta)\nu^2\right]e^{-kH}-(1-\delta)\left(k^2-\nu^2\right)e^{kH}\right\}}{2\operatorname{ch}kH\operatorname{ch}kH_1\left\{k^2+\left[\delta k^2+(1-\delta)\nu^2\right]\operatorname{th}kH\operatorname{th}kH_1-k\nu\left(\operatorname{th}kH+\operatorname{th}kH_1\right)\right\}}. \tag{16}$$

Перепишем далее равенство (14) следующим образом:

$$U_2(z) = -\frac{m}{2\pi}\frac{1}{(z+ih)^2}+f(z),$$

где

$$f(z)=\frac{m}{2\pi}\left[\int_0^\infty A(k)e^{ikz}dk+\int_0^\infty B(k)e^{-ikz}dk\right].$$

Заметим, что для получения физически реализуемого решения (т. е. решения, которое удовлетворяет условию отсутствия возмущений далеко вверх по потоку) контур интегрирования в первом слагаемом выражения для $f(z)$ следует сместить в нижнюю полуплоскость, во втором — в верхнюю. Таким образом, всюду в дальнейшем $f(z)$ понимается как следующий предел:

$$f(z)=\lim_{\varepsilon_1\to 0}\frac{m}{2\pi}\left[\int_{-i\varepsilon_1}^{-i\varepsilon_1+\infty}A(k)e^{ikz}dk+\int_{i\varepsilon_1}^{i\varepsilon_1+\infty}B(k)e^{-ikz}dk\right]. \tag{17}$$

Для вычисления равнодействующей R^* гидродинамических сил, приложенных к диполю (трубопроводу), воспользуемся формулой Чаплыгина, согласно которой

$$R^* = X - iY = \frac{i\rho_2}{2}\int\limits_K \mu_2^2(z)dz.$$

Здесь X — волновое сопротивление; Y — подъемная сила; интегрирование осуществляется по произвольному контуру K, расположенному в нижнем слое и охватывающему рассматриваемый диполь.

Поскольку

$$\mu_2(z) = V + U_2(z) = V - \frac{m}{2\pi(z+ih)^2} + f(z)$$

и функция $f(z)$ регулярна в области, заполненной нижней жидкостью, функция $\mu_2^2(z)$ имеет в этой области единственную особую точку $z = -ih$. Применив теорему о вычетах, найдем

$$\int\limits_K \mu_2^2(z)dz = -\frac{m}{\pi}\int\limits_K \frac{f(z)}{(z+ih)^2}dz = -2im \operatorname*{res}_{z=-ih} \frac{f(z)}{(z+ih)^2}.$$

Вычет подынтегральной функции в точке $z = -ih$:

$$\operatorname*{res}_{z=-ih} \frac{f(z)}{(z+ih)^2} = f'(-ih).$$

Следовательно,

$$R^* = \rho_2 m f'(-ih). \qquad (18)$$

Для вычисления фигурирующей в этой формуле производной $f'(-ih)$ продифференцируем соотношение (17) и в полученное равенство подставим $z = -ih$. В результате получим

$$f'(-ih) = \lim_{\varepsilon_1 \to 0} \frac{im}{2\pi}\left[\int\limits_{-i\varepsilon_1}^{-i\varepsilon_1+\infty} kC(k)e^{kh}dk - \int\limits_{i\varepsilon_1}^{i\varepsilon_1+\infty} kD(k)e^{-kh}dk\right].$$

С помощью интегральной теоремы Коши можно показать, что данный предел

$$f'(-ih) = \frac{im}{2\pi}\int\limits_0^{+\infty} k\left(C(k)e^{kh}dk - D(k)e^{-kh}\right)dk -$$

$$-\frac{m}{2}\sum_{j=1}^{s} \operatorname*{res}_{k=k_j}\left\{k\left(C(k)e^{kh}dk + D(k)e^{-kh}\right)\right\}.$$

Отсюда

$$R^* = \frac{i\rho_2 m^2}{2\pi}\int_0^{+\infty} k\left(C(k)e^{kh} - D(k)e^{-kh}\right)dk -$$

$$-\frac{\rho_2 m^2}{2}\sum_{j=1}^{s}\operatorname*{res}_{k=k_j}\left\{k\left(C(k)e^{kh}dk + D(k)e^{-kh}\right)\right\}. \qquad (19)$$

Здесь интеграл понимается в смысле главного значения по Коши, а вычеты берутся по всем s полюсам k_j функции $k\left(C(k)e^{kh}dk + \right.$ $\left. + D(k)e^{-kh}\right)$, расположенным на положительной действительной оси. Из (16) видно, что эти полюса являются положительными корнями уравнения

$$k^2 + \left[\delta k^2 + (1-\delta)\nu^2\right]\operatorname{th} kH \operatorname{th} kH_1 - k\nu\left(\operatorname{th} kH + \operatorname{th} kH_1\right) = 0. \qquad (20)$$

Кроме того, очевидно, что точки $k = k_j$ (и только они) являются особыми для подынтегральной функции в первом слагаемом (19) (т. е. полюсами, расположенными на контуре интегрирования).

Проведенный в работе [2] анализ показал, что это уравнение имеет два положительных корня при выполнении условия

$$V < V_{cr}^{\text{вн}} = \sqrt{\frac{gH\left(\beta + 1 - \sqrt{(\beta+1)^2 - 4\varepsilon\beta}\right)}{2}} \qquad (21)$$

и один положительный корень, если

$$V < V_{cr}^{\text{пов}} = \sqrt{\frac{gH\left(\beta + 1 + \sqrt{(\beta+1)^2 - 4\varepsilon\beta}\right)}{2}}; \qquad (22)$$

при $V > V_{cr}^{\text{пов}}$ положительных решений нет. Здесь $\varepsilon = 1 - \delta = $ $= (\rho_2 - \rho_1)/(\rho_2)$ — относительный перепад плотности между слоями, $\beta = H_1/H$. С физической точки зрения критические скорости $V_{cr}^{\text{вн}}$ и $V_{cr}^{\text{пов}}$ означают максимальную скорость течения, при которой в потоке за обтекаемым трубопроводом образуются волны, обусловленные соответственно наличием слоя скачка плотности и свободной поверхности (т. е. внутренние и поверхностные).

Выделяя в (19) вещественную и мнимую части, с учетом соотношения (1), связывающего момент диполя с радиусом моделируемого им трубопровода, окончательно получим следующие выражения для волнового сопротивления и подъемной силы:

$$X = -2\pi^2 \rho_2 V^2 R^4 \sum_{j=1}^{s} \operatorname*{res}_{k=k_j} \left\{ k \left(C(k) e^{kh} dk + D(k) e^{-kh} \right) \right\};$$

$$Y = -2\pi \rho_2 V^2 R^4 \int_0^{+\infty} k \left(C(k) e^{kh} - D(k) e^{-kh} \right) dk.$$

Необходимо отметить, что в выражение для вычисления подъемной силы не включена действующая на трубопровод сила Архимеда.

Подсчет вычетов осуществляем по формуле

$$\operatorname*{res}_{k=k_j} \left\{ k \left(C(k) e^{kh} dk + D(k) e^{-kh} \right) \right\} = \left. \frac{k \left(g_1(k) e^{kh} + g_2(k) e^{-kh} \right)}{dg_3(k)/dk} \right|_{k=k_j},$$

где

$$g_1(k) = k \left\{ -(1-\delta) \left(k^2 - \nu^2 \right) \operatorname{sh} k(H-h) + \left[(1+\delta)k^2 + (1-\delta)\nu^2 \right] \times \right.$$

$$\left. \times \operatorname{sh} k(H+h) - 2k\nu \operatorname{ch} k(H+h) \right\} \times$$

$$\times \left[2e^{kH_1} \operatorname{ch} kH \operatorname{ch} kH_1 \right]^{-1};$$

$$g_2(k) =$$

$$= \frac{k \operatorname{ch} k\left(H_1 - h\right) \left\{ -\left[(1+\delta)k^2 + 2k\nu + (1-\delta)\nu^2 \right] e^{-kH} - (1-\delta) \left(k^2 - \nu^2 \right) e^{kH} \right\}}{2 \operatorname{ch} kH \operatorname{ch} kH_1};$$

$$g_3(k) = k^2 + \left[\delta k^2 + (1-\delta)\nu^2 \right] \operatorname{th} kH \operatorname{th} kH_1 - k\nu \left(\operatorname{th} kH + \operatorname{th} kH_1 \right).$$

Анализ и численные расчеты для реальных условий моря. Расчеты гидродинамических воздействий проводили при значениях характеристик среды, соответствующих реальным условиям моря. Так, плотность верхнего слоя ρ_1 была принята равной $1024\,\text{кг/м}^3$, и были исследованы два варианта значения перепада плотности между верхним и нижним слоями: $\rho_2/\rho_1 = \{1,01;\ 1,10\}$. Отметим, что второе значение ρ_2/ρ_1 соответствует мутьевому потоку в нижнем слое. Радиус трубопровода R был выбран равным 0,71 м.

Что касается толщины верхнего и нижнего слоев, то был рассмотрен случай, когда общая глубина потока $H_0 = H + H_1 = 50\,\text{м}$, а толщина верхнего слоя $H = 40\,\text{м}$. Для исследования влияния скачка плотности на параметры обтекаемого потока локализация центра поперечного сечения трубопровода (т. е. моделирующего трубопровод диполя) в модельных расчетах ограничивалась четырьмя горизонтами: $h_i =$ 1,5; 2; 3; 4 м.

Результаты вычисления волнового сопротивления X и подъемной силы Y (в расчете на 1 м длины трубопровода) в зависимости от скорости набегающего потока V приведены на рис. 2–5. На каждом графике представлены четыре кривые, соответствующие разным расстояниям h_i от центра диполя до слоя скачка плотности. Прежде всего, на всех рисунках видно, что уменьшение максимума сопротивления (рис. 2, 3) и подъемной силы (рис. 4, 5) соответствует увеличению расстояния h_i от поверхности раздела слоев до трубопровода. Причем изменение максимума волнового сопротивления и подъемной силы практически прямо пропорционально мощности скачка плотности ε, а скорость потока, при которой достигается этот максимум, увеличивается при удалении трубопровода от слоя скачка. В то же время модельные расчеты показали, что величины X и Y практически не зависят от толщины слоев потока H_i.

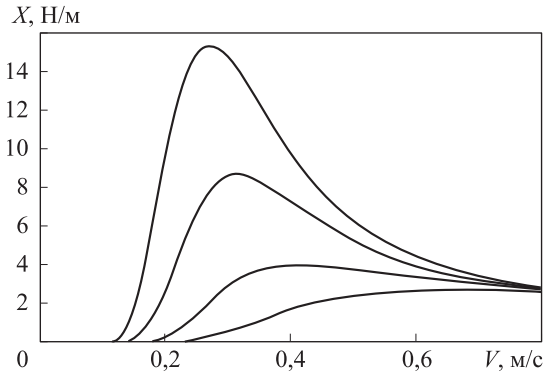


Рис. 2. Волновое сопротивление обтекаемого трубопровода под скачком плотности: H = 40 м; H_1 = 10 м; ρ_2 / ρ_1 =1,01; h_i = 1,5; 2; 3; 4 м

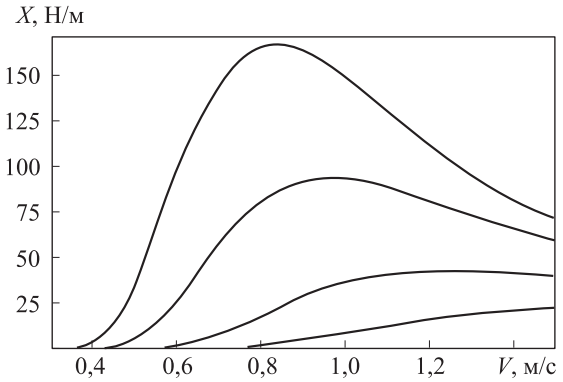


Рис. 3. Волновое сопротивление обтекаемого трубопровода под скачком плотности: H = 40 м; H_1 = 10 м; ρ_2/ρ_1 =1,10; h_i = 1,5; 2; 3; 4,5 м

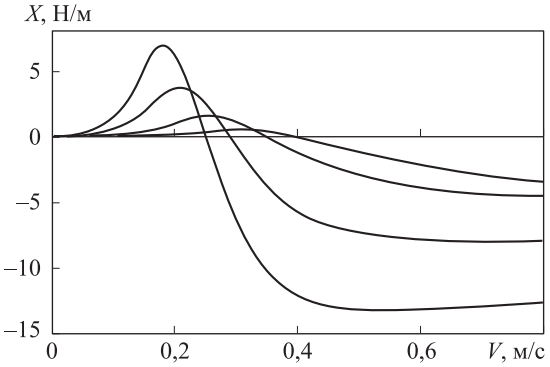


Рис. 4. График зависимости подъемной силы от скорости обтекания трубопровода под скачком плотности: H = 40 м; H_1 = 10 м; ρ_2/ρ_1 =1,01; h_i = 1,5; 2; 3; 4,5 м

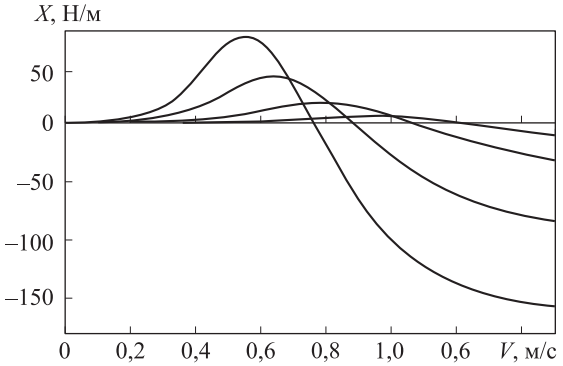


Рис. 5. График зависимости подъемной силы от скорости обтекания трубопровода под скачком плотности: H = 40 м; H_1 = 10 м; ρ_2/ρ_1 =1,10; h_i = 1,5; 2; 3; 4,5 м

На рис. 2, 3 при скоростях обтекания, бóльших критической скорости генерации внутренних волн $V_{cr}^{\text{вн}}$, волновое сопротивление практически испытывает разрыв первого рода, резко уменьшаясь до нуля. Далее оно вновь достигает довольно больших значений лишь при существенно бóльших скоростях $V > 4\,\text{м/с}$, т. е. при скоростях течения, не свойственных реальным условиям моря. В то же время критическая скорость возрастает при увеличении мощности слоя скачка плотности ε, что соответствует расширению диапазона скоростей, внутри которого трубопровод испытывает ненулевое (значимое) волновое сопротивление. В этом случае графики $X(V)$ (см. рис. 2, 3) в целом сдвигаются в сторону бóльших значений V.

Сравнение графиков, представленных на рисунках и построенных для двух различных значений величины ε (см. рис. 2, 3, а также рис. 4, 5), показывает, что скачки плотности существенно увеличивают гидродинамическую нагрузку на трубопровод.

Заключение. При значительном возрастании плотности взвесенесущего потока волновое сопротивление трубопровода также существенно возрастает до значений, которыми нельзя пренебречь при анализе безопасности функционирования трубопровода. Отметим важную особенность подъемной силы, действующей на трубопровод. Как видно из проведенных расчетов, в относительно узком диапазоне изменения скорости потока подъемная сила резко меняет свое направление на противоположное (см. рис. 4, 5). При наличии существующих в реальных условиях моря неоднородностей в структуре горизонтального потока этот эффект может привести к возникновению противоположно направленных по вертикали силовых воздействий, рассредоточенных по длине трубопровода, что необходимо учитывать при проектировании и прокладке по морскому дну трубопроводных систем и других подводных конструкций.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (№ 13-08-00538).

ЛИТЕРАТУРА

[1] Жмур В.В., Сапов Д.А. Катастрофические взвесенесущие гравитационные потоки в придонном слое океана. *Мировой океан. Геология и тектоника океана. Катастрофические явления в океане*, 2013, т. 1, с. 499−524.

[2] Корчагин Н.Н., Савин А.С., Савина Е.О. Волны на поверхности моря, обусловленные обтеканием подводного препятствия. *Океанология*, 2009, 49, № 3, с. 348−354.

[3] Владимиров И.Ю., Корчагин Н.Н., Савин А.С. Поверхностные эффекты при обтекании препятствий в неоднородно-стратифицированной среде. *Докл. РАН*, 2011, 440, № 6, с. 826–829.

[4] Владимиров И.Ю., Корчагин Н.Н., Савин А.С., Савина Е.О. Обтекание препятствий стратифицированным потоком со свободной границей. *Океанология*, 2011, 51, № 6, с. 974−983.

[5] Владимиров И.Ю., Корчагин Н.Н., Савин А.С. Моделирование обтекания преград в потоке со свободной границей. *Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. «Естественные науки»,* 2011, спец. вып. «Математическое моделирование», с. 114−135.

[6] Владимиров И.Ю., Корчагин Н.Н., Савин А.С. Поверхностные возмущения при обтекании препятствий стратифицированным потоком конечной глубины. *Океанология*, 2012, 52, № 6 , с. 1−11.

[7] Владимиров И.Ю., Корчагин Н.Н., Савин А.С. Влияние стратификации и глубины на поверхностные возмущения при обтекании препятствий морским течением. *Инженерный журнал: наука и инновации*, 2013, № 2 (14). URL:http://engjournal.ru/catalog/appmath/hidden/609.pdf

[8] Васильева В.В. Теория гидродинамического взаимодействия резкого пикноклина с движущимся телом. *Тр. 8-й Междунар. конф. «Прикладные технологии гидроакустики и гидрофизики»*. Санкт-Петербург, 2006.

[9] Резник С.Н., Троицкая Ю.И. Волновое сопротивление источника массы в стратифицированном сдвиговом потоке, имеющем критический слой. Двумерный случай. *Изв. РАН. МЖГ*, 1997, № 2, с. 131−140.

[10] Казаков В.И., Коротков Д.П., Серин Б.В., Таланов В.И., Троицкая Ю.И. Автоколебания в турбулентном стратифицированном сдвиговом потоке. *Изв. РАН. ФАО*, 2002, т. 38, № 4, с. 504−514.

[11] Ерманюк Е.В., Гаврилов Н.В. Дифракция внутренних волн на круговом цилиндре, расположенном вблизи пикноклина. *ПМТФ*, 1999, т. 40, № 2, с. 79–85.

[12] Ерманюк Е.В., Гаврилов Н.В. Экспериментальное исследование силового воздействия уединенной внутренней волны на погруженный круговой цилиндр. *ПМТФ*, 2005, т. 46, № 6, с. 36−44.

[13] Scase M. M., Dalziel S. B. Internal wave fields and drag generated by a translating body in a stratified fluid. *Journal of Fluid Mechanics*, 2004, vol. 498, p. 289–313. doi: 10.1017/S0022112003006815.

[14] Greenslande M. D. Drag on a sphere moving horizontally in a stratified fluid. *Journal of Fluid Mechanics*, 2000, vol. 418, p. 339–350. doi: 10.1017/S0022112000001361.

[15] Zhu G., Bearman P.W., Graham J.M.R. Prediction of drag and lift using velocity and vorticity fields. *Aeron.*, 2002, vol. 106, № 1064, p. 547–554.

[16] Котенев В.П., Сысенко В.А. Аналитические формулы повышенной точности для расчета распределения давления на поверхности выпуклых затупленных тел вращения произвольного очертания. *Математическое моделирование и численные методы*, 2014, № 1, с. 68−82.

Статья поступила в редакцию 02.09.14

Ссылку на эту статью просим оформлять следующим образом:

Владимиров И.Ю., Корчагин Н.Н., Савин А.С. Моделирование волнового воздействия стратифицированного течения на подводный трубопровод. *Математическое моделирование и численные методы*, 2014, № 2, с. 62–76.

Владимиров Игорь Юрьевич родился в 1983 г., окончил механико-математический факультет МГУ им. М.В. Ломоносова в 2004 г. Канд. физ.-мат. наук., научный сотрудник Института океанологии им. П.П. Ширшова РАН. Автор около 10 научных публикаций.

Корчагин Николай Николаевич родился в 1945 г., окончил МФТИ в 1967 г. Д-р физ.-мат. наук., главный научный сотрудник Института океанологии им. П.П. Ширшова РАН. Автор свыше 100 научных работ. e-mail: e-niknik@mail.ru

Савин Александр Сергеевич родился в 1958 г., окончил физический факультет МГУ им. М.В. Ломоносова в 1981 г. Д-р физ.-мат. наук, профессор кафедры высшей математики МГТУ им. Н.Э. Баумана. Автор 105 научных публикаций.
e-mail: anton_savin@list.ru

Simulation of wave influence of a stratified current on an underwater pipeline

© I.Yu. Vladimirov[1], N.N. Korchagin[1], A.S. Savin[2]

[1] P.P. Shirshov Institute of Oceanology of the Russian Academy of Sciences, Moscow, 117851, Russia

[2] Bauman Moscow State Technical University, Moscow, 105005, Russia

We have studied impact of near bottom flow ply boundaries waves' forces on an underwater pipeline. We have performed numerical analysis of the obtained integral representation for the force of aqueous medium impact on the pipeline. We have revealed certain flow conditions with significant increase of hydrodynamic reactions.

Keywords: *underwater pipeline, near-bottom stratified currents, wave resistance, lifting force.*

REFERENCES

[1] Zhmur V.V., Sapov D.A. Katastroficheskie vzvesenesushchie gravitatsionnye potoki v pridonnom sloe okeana [Disastrous Gravity Flows Car-rying Suspended Matter in the Bottom Layer of the Ocean]. *Mirovoy okean. Geologiya i tektonika okeana. Katastroficheskie yavleniya v okeane* [*World* Ocean.Geology and Tectonics of the Ocean. Disastrous Phenomena in the Ocean], 2013, vol. 1, pp. 499−524.

[2] Korchagin N.N., Savin A.S., Savina E.O. *Okeanologiya — Oceanology*, 2009, 49, no. 3, pp. 348−354.

[3] Vladimirov I.Yu., Korchagin N.N., Savin A.S. Poverkhnostnye effekty pri obtekanii prepyatstviy v neodnorodno stratifitsirovannoy srede [Surface Effects When Flowing Around Obstacles in Nonhomogeneously-stratified Environment]. *Dokl. RAN — Russian Academy of Sciences Reports*, 2011, 440, no. 6, pp. 826–829.

[4] Vladimirov I.Yu., Korchagin N.N, Savin A.S., Savina E.O. *Okeanologiya — Oceanology*, 2011, 51, no. 6, pp. 974−983.

[5] Vladimirov I.Yu., Korchagin N.N, Savin A.S. *Vestnik MGTU im. N.E. Baumana. Seriya Estestvennye nauki.— Herald of the Bauman Moscow Technical University. Series Natural Sciences.* 2011, Spets. vyp. "Matematicheskoe Modelirovanie" [special issue "Mathematical Modelling"], pp. 114−135.

[6] Vladimirov I.Yu., Korchagin N.N, Savin A.S. *Okeanologiya — Oceanology*, 2012, 52, no. 6 , pp. 1−11.

[7] Vladimirov I.Yu., Korchagin N.N, Savin A.S. *Inzhenernyi zhurnal: nauka i innovatsii*, *— Engineering Journal: Science and Innovation*, 2013, no. 2 (14). Available at: http://engjournal.ru/catalog/appmath/hidden/609.pdf

[8] Vasilieva V.V. Teoriya gidrodinamicheskogo vzaimodeystviya rezkogo piknoklina s dvizhushchimsya telom [The Theory of Hydrodynamic Interaction of a Sudden Pycnocline with a Moving Body]. *Tr. 8 Mezhdunar. Konf. "Prikladnye Texnologii Gidroakystiki i Gidrofiziki"* [Proceedings of the 8th International Conference "Applied Technologies of Hydroacoustics and Hydrophysics"]. Saint-Petersburg, 2006.

[9] Reznik S.N., Troitskaya Yu.I. *Izv. RAN. MZhG – Russian Academyof Sciences Proceedings. Fluid Dynamics*, 1997, no. 2, pp. 131−140.

[10] Kazakov V.I., Korotkov D.P., Serin B.V., Talanov V.I., Troitskaya Yu.I. *Izv. RAN. FAO — Russian Academy of Sciences Proceedings. Journal FAO*, 2002, no. 4, vol. 38, pp. 504−514.

[11] Ermanyuk E.V., Gavrilov N.V. *PMTF — Journal of Applied Mechanics and Technical Physics*, 1999, no. 2, vol. 40, pp. 79–85.

[12] Ermanyuk E.V., Gavrilov N.V. *PMTF — Journal of Applied Mechanics and Technical Physics*, 2005, no. 6, vol. 46, pp. 36−44.

[13] Scase M. M., Dalziel S. B. Internal wave fields and drag generated by a translating body in a stratified fluid. *Journal of Fluid Mechanics*, 2004, vol. 498, pp. 289–313. Doi: 10.1017/S0022112003006815.

[14] Greenslande M.D. Drag on a sphere moving horizontally in a stratified fluid. *Journal of Fluid Mechanics*, 2000, vol. 418, pp. 339–350. Doi: 10.1017/ S0022112000001361.

[15] Zhu G., Bearman P.W., Graham J.M.R. Prediction of drag and lift using velocity and vorticity fields. *Aeron.*, 2002, vol. 106, no. 1064, pp. 547–554.

[16] Kotenev V.P., Sysenko V.A. *Matematicheskoe modelirovanie i chislennye metody — Mathematical Modelling and Numerical Methods*, 2014, no. 1, pp. 68−82.

Vladimirov I.Yu. (b. 1983) graduated from Lomonosov Moscow State University, Faculty of Mechanics and Mathematics in 2004. Ph.D., a research fellow at P.P. Shirshov Institute of Oceanology of the Russian Academy of Sciences. He is the author of about 10 scientific publications.

Korchagin N.N. (b. 1945) graduated from Moscow Institute of Physics and Technology in 1967. Dr.Sci. (Phys.&Math.), assoc. professor, Chief researcher of Shirshov Institute of Oceanology of the Russian Academy of Sciences. e-niknik@mail.ru

Savin A.S. (b. 1958) graduated from Lomonosov Moscow State University. Dr. Sci. (Phys.&Math.), professor of the Higher Mathematics Department of Bauman Moscow State Technical University. Author of over 105 publications in the field of theoretical and applied hydrodynamics. e-mail: anton_savin@list.ru