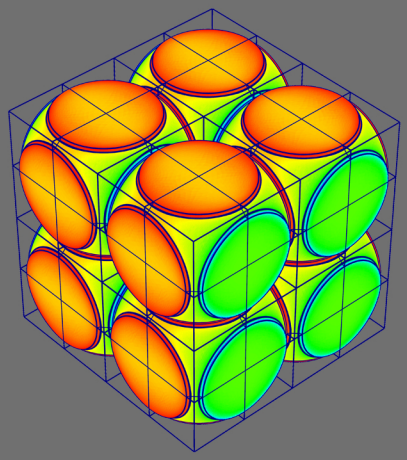
ISSN 2309-3684



Математическое моделирование и численные методы

Горский В.В., Ковальский М.Г. Методика численного моделирования обтека- ния осесимметричного затупленного тела в недорасширенной струе продуктов сго- рания жидкостного ракетного двигателя. Математическое моделирование и чис- ленные методы, 2017, No 2, с. 65–80.

Источник: https://mmcm.bmstu.ru/articles/134/

Параметры загрузки:
IP: 216.73.216.38
05.03.2026 16:40:41

УДК 533.16

Методика численного моделирования обтекания осесимметричного затупленного тела в недорасширенной струе продуктов сгорания жидкостного ракетного двигателя

© В.В. Горский[1, 2], М.Г. Ковальский[1]

[1]АО «ВПК «НПО машиностроения», г. Реутов, Московская обл., 143966, Россия
[2]МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, 105005, Россия

Испытание тепловой защиты в струях продуктов сгорания двигательных установок — один из приоритетных видов ее экспериментальной отработки. Информативность испытаний такого рода в значительной степени зависит от математического моделирования процессов, протекающих в рассматриваемых экспериментах. К последним относится обтекание модели, изготовленной из абляционной тепловой защиты, конвективный теплообмен и трение в ламинарно-турбулентном пограничном слое, образующемся на поверхности модели, абляция тепловой защиты и изменение формы модели. Данная статья посвящена математическому моделированию первого из перечисленных процессов, связанного с решением комплексной задачи о построении поля газодинамических функций в недорасширенной высоконапорной струе продуктов сгорания жидкостного ракетного двигателя в затопленном пространстве и об обтекании этой расходящейся струей поверхности модели. Представлены результаты сопоставления результатов расчетов с экспериментальными данными.

Ключевые слова: *идеальный газ, уравнения Эйлера, ударная волна, уравнения пограничного слоя, струя продуктов сгорания, жидкостный ракетный двигатель*

Введение. Движение летательных аппаратов со скоростями, сильно превышающими скорость звука, сопряжено с экстремальными тепловыми нагрузками, возникающими из-за аэродинамического нагрева. В связи с этим возникает потребность в применении тепловой защиты [1]. Наиболее перспективным представляется применение абляционной (уносимой) тепловой защиты. Одним из основных видов наземной отработки такой защиты является ее испытание в струе продуктов сгорания жидкостного ракетного двигателя (ЖРД) [2], поскольку только в экспериментах такого рода удается воспроизвести турбулентный режим течения в пограничном слое при давлении торможения газового потока более 100 атм.

Часто испытания такого рода носят технологический характер, что позволяет сопоставлять данные, соответствующие различным типам тепловой защиты, между собой, либо контролировать изменение абляционных свойств конкретного материала с течением времени. Кроме того, есть возможность в экспериментах рассматриваемого типа получить физические свойства абляционной тепловой защиты. В качестве

примера решения такой задачи можно сослаться на работу [3], в которой эта задача решена для стеклопластиков с использованием приближенной зависимости по турбулентному теплообмену, аппроксимирующей узкий круг расчетно-теоретических данных.

В настоящее время в России большое внимание уделяется численному решению физико-математических задач обтекания и нагрева элементов конструкции изделий [4–8]. В частности, создан комплекс программных средств, использование которых дает возможность решения в сопряженной постановке совокупности задач, связанных:

- с истечением расходящейся струи продуктов сгорания ЖРД в затопленное пространство;
- обтеканием модели, изготовленной из тепловой защиты, идеальным газом в расходящемся газовом потоке;
- расчетом интенсивности теплообмена на поверхности модели, нестационарным прогревом и обгаром тепловой защиты.

В качестве примера решения задачи такого рода можно привести работу [9], в которой, к сожалению, не уделено должного внимания влиянию расходимости струи продуктов сгорания на течение идеального газа в ударном слое.

Цель данной работы — математическое моделирование процесса обтекания модели, изготовленной из абляционной тепловой защиты с учетом влияния расходимости струи продуктов сгорания ЖРД.

Физико-математическая постановка задачи. Рассмотрим сопряженную задачу об истечении сверхзвуковой недорасширенной струи продуктов сгорания ЖРД в затопленное пространство и обтекании ею затупленного тела вращения. Для расчета процесса истечения недорасширенной струи двигательной установки в затопленное пространство используем методику А.В. Сафронова, опубликованную в работе [10] и реализованную ее автором в программе расчета на персональном компьютере серии ЕС. Основные положения этой методики изложим ниже.

В течениях такого рода возникает сложная система волн разрежения и скачков уплотнения, особенно интенсивных на начальном участке струи. На фоне системы скачков происходит турбулентное смешение газов истекающей струи с воздухом, что приводит к постепенному выравниванию давления. Схема течения представлена на рис. 1. Здесь M — число Маха, индекс «*a*» относится к срезу сопла ЖРД, индекс «*e*» — к внешней среде, в которую истекает струя продуктов сгорания.

Для струи продуктов сгорания ЖРД характерно догорание ее компонент, оказывающее существенное влияние на течение. Разработка методов расчета затопленных струй осложнена тем, что значительную часть слоя смешения занимает область с дозвуковыми скоростями, в которой задача становится эллиптической.

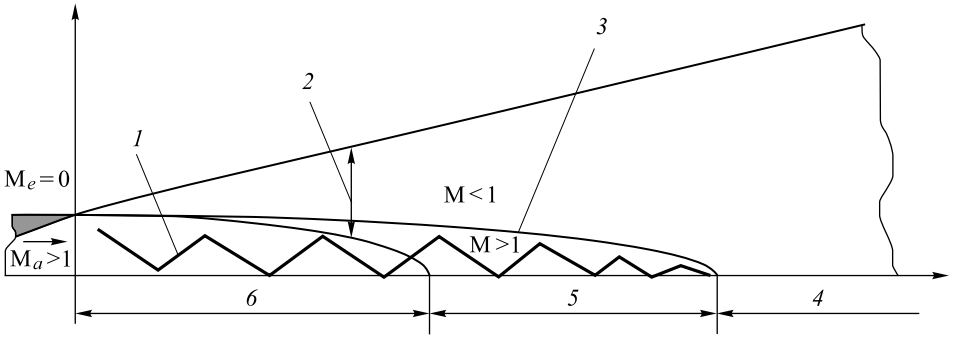


Рис. 1. Схема истечения сверхзвуковой недорасширенной газовой струи в затопленное пространство:
1 — ударно-волновая структура; *2* — турбулентный слой смешения; *3* — звуковая линия; *4* — основной участок; *5* — переходный участок; *6* — начальный участок

В работе [10] использован зональный метод расчета сверхзвуковых течений неизобарических струй, который базируется на разделении течения на сверхзвуковую и дозвуковую области. При этом течение газа в сверхзвуковой неизобарической зоне струи описано в рамках параболизованных уравнений Навье — Стокса (ПУНС), а течение газа в дозвуковой части слоя смешения струи (статическое давление принимается постоянным и равным давлению внешней среды) описывается уравнениями турбулентного пограничного слоя (рис. 2).

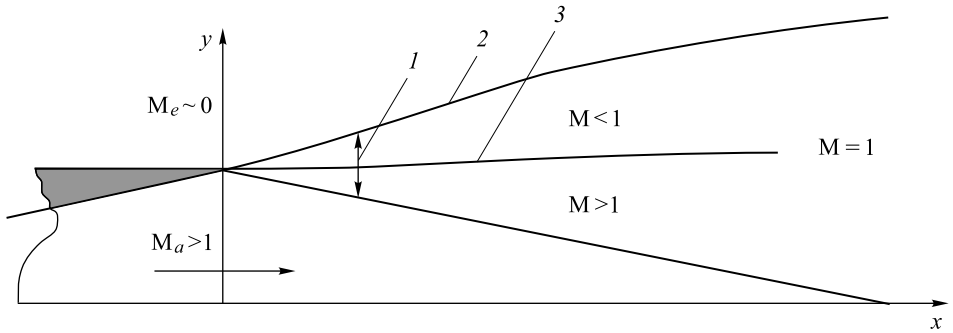


Рис. 2. Условная схема разделения течения струи на зоны:
1 — слой смешения; *2* — граница струи $\varphi(x)$; *3* — звуковая линия

Решение задачи рассмотрим в системе координат $\{x, \eta\}$, начало которой совмещено с центром среза сопла. На рис. 2: x, y — оси координат, направленные вдоль оси струи и по оси к ней соответственно; $\eta = y / \varphi(x)$; $\varphi(x)$ — значение координаты y на внешней границе слоя смешения.

Уравнения сохранения запишем в обобщенном виде

$$(\varphi\vec{E})_x + (\vec{F} - \eta\varphi_x\vec{E})_\eta + \frac{\vec{G}}{\eta} = \frac{1}{\eta}\left(\frac{\eta\mu_T}{\vec{\delta}_f}\vec{f}_\eta\right)_\eta,$$

$$\vec{E} = \left\{\rho u,\ \rho u^2,\ \rho u^2 + \omega p,\ \rho u h_0,\ \rho u \Phi\right\}^T, \qquad (1)$$

$$\vec{F} = \left\{\rho v,\ \rho u v,\ \rho v^2 + p,\ \rho v h_0,\ \rho v \Phi\right\}^T,\ \ \vec{G} = \left\{\rho v,\ \rho u v,\ \rho v^2,\ \rho v h_0,\ \rho v \Phi\right\}^T,$$

$$\vec{f} = \left\{1,\ u,\ v,\ h_0 + (\mathrm{Pr}_T - 1)u^2/2,\ \Phi\right\}^T,\ \ \vec{\delta}_f = \left\{1,\ 1,\ \frac{3}{4},\ \mathrm{Pr}_T,\ \mathrm{Pr}_T\right\}^T.$$

Здесь u, v — проекции вектора скорости на оси x, η; h_0 — полная энтальпия; ρ — плотность; p — давление; Φ — массовая концентрация продуктов сгорания ЖРД; μ_T, Pr_T — коэффициент «кажущейся» динамической вязкости и турбулентное число Прандтля; ω — параметр, равный соответственно единице и нулю в сверхзвуковой и дозвуковой области течения газа. Граничные условия для системы уравнений (1) имеют вид

$$\text{при } \eta = 1 \quad u = u_e, \quad p = p_e, \quad h_0 = h_{0,e}, \quad \Phi = 0, \qquad u_\eta = 0;$$

$$\text{при } \eta = 0 \quad v = 0, \quad u_\eta = 0, \quad p_\eta = 0, \quad h_{0,\eta} = 0, \quad \Phi_\eta = 0.$$

Система уравнений (1) замыкается уравнением состояния, формулами для расчета полной энтальпии газа и «кажущейся» турбулентной вязкости, а также соотношениями, определяющими химический состав смеси.

Полная энтальпия рассчитывается по формулам

$$h_0 = h + (u^2 + \omega v^2)/2,\ \ h = \sum_i C_i h_i(T),\ \ h_i = \int_0^T c_{p,i}(T')dT' + h_i^0, \qquad (2)$$

где T — температура; h — статическая энтальпия газовой смеси; C_i, h_i, h_i^0, $c_{p,i}$ — массовая концентрация, статическая энтальпия, энтальпия образования и изобарная теплоемкость i-го вещества соответственно.

При этом состав газовой смеси ограничен следующим набором веществ:

$$\mathrm{O},\ \mathrm{O_2},\ \mathrm{H},\ \mathrm{H_2},\ \mathrm{OH},\ \mathrm{H_2O},\ \mathrm{CO},\ \mathrm{CO_2},\ \mathrm{N_2},\ \mathrm{HCl}.$$

Уравнение состояния применим в виде

$$p = \rho \frac{R_{un}}{M} T, \quad M = \left(\sum_i \frac{C_i}{M_i} \right)^{-1}. \tag{3}$$

Здесь R_{un} — универсальная газовая постоянная; M, M_i — мольные массы смеси и i-го вещества.

С учетом уравнений (2), (3) приращение давления определяется следующим образом:

$$dp = \frac{p}{\rho} d\rho + \rho \frac{\gamma - 1}{\gamma} \left(dh - udu - \omega v dv \right) - p \sum_i C_{i,\Phi} \left(\frac{h_i}{c_p T} - \frac{M}{M_i} \right) d\Phi. \tag{4}$$

Здесь γ — эффективный показатель адиабаты газовой смеси; индекс «Ф» обозначает частную производную по содержанию продуктов сгорания двигательной установки в газовой смеси.

Для расчета процессов горения в струе применяется равновесная химическая модель, условно показанная на рис. 3.

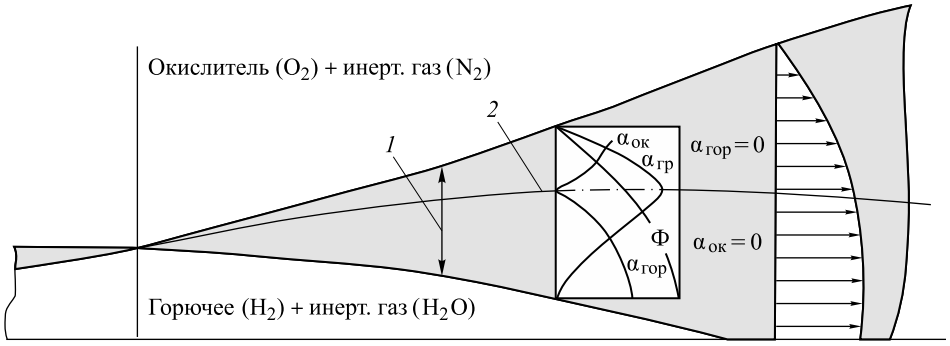


Рис. 3. Изменение химического состава в струе продуктов сгорания двигательной установки, истекающей в затопленное пространство:

1 — слой смешения; *2* — фронт горения $\Phi = \Phi_{ст}$

В качестве алгебраической полуэмпирической модели турбулентности использована модель пути смешения Л. Прандтля [11], согласно которой коэффициент «кажущейся» турбулентной динамической вязкости рассчитывается по формуле $\mu_T = \rho l^2 \left| u_y \right|$, где l — длина пути перемешивания, которая принята пропорциональной толщине слоя смешения δ с коэффициентом пропорциональности β, т. е. $l = \beta\delta$. При этом толщина слоя смешения $\delta(x)$ определяется как расстояние между точками, в которых функция $\Phi(x, y) / \Phi(x, 0)$ равна 0,05 и 0,95.

В свою очередь, примем, что величина коэффициента β, зависящая как от числа Маха на срезе сопла, так и от значения координаты x, рассчитывается по формуле

$$\beta = \beta_1(\mathrm{M}_a)\xi + 0,08(1-\xi), \qquad \xi = \max\left[0,\ \min\,(1, x / x_{beg} - 1)\right].$$

Здесь x_{beg} — значение координаты x, ограничивающей начальный участок струи, на котором $\Phi(x,\,0) = 1$; на основном участке струи коэффициент $\beta = 0,08$.

Численное моделирование решения задачи. При единичном значении параметра ω уравнения (1) превращаются в ПУНС [12]. В свою очередь, при нулевом значении этого коэффициента из уравнений (1) исключается уравнение сохранения импульсов в поперечном направлении. Поэтому они превращаются в уравнения пограничного слоя [11] с давлением, равным давлению окружающей среды, в которую вдувается струя продуктов сгорания двигательной установки. Таким образом, уравнения (1) имеют либо гиперболический, либо параболический тип, и, вследствие этого в последнем случае допускается нахождение их решения маршевым методом.

Суть маршевого метода заключается в вычислении поперечной компоненты скорости v в изобарической дозвуковой зоне течения газа (см. рис. 3) с помощью дополнительного уравнения, а также в определении положения внешней границы течения на базе применения локальных градиентов газодинамических функций.

Указанное дополнительное уравнение, полученное путем подстановки в уравнение неразрывности производных ρ_x, ρ_η, u_x, определяемых с помощью соотношения (4) при условии $dp = 0$ и из уравнений сохранения продольного импульса и энергии системы (1), имеет вид

$$\rho u\left(y\frac{v}{u}\right)_y = -\frac{1+(\gamma-1)\mathrm{M}^2}{u}(y\mu_T u_y)_y - \left[\sum_i C_{i,\Phi}\left(\frac{h_i}{c_p T} - \frac{M}{M_i}\right)\right]\left(\frac{y}{\mathrm{Pr}_T}\Phi_y\right)_y +$$

$$+\frac{1}{c_p T}\left[\frac{y\mu_T}{\mathrm{Pr}_T}\left(h_0 + \frac{\mathrm{Pr}_T - 1}{2}u^2\right)_y\right]_y. \qquad (5)$$

При этом $c_p = \sum_i c_{p,i} C_i$.

Отсутствие в уравнении (5) продольных градиентов искомых функций позволяет использовать это уравнение для определения

нормальной компоненты вектора скорости, что, в свою очередь, дает возможность в процессе счета вычислять положение внешней границы течения согласно значениям локальных градиентов искомых функций на ней.

Формула для вычисления изменения внешней границы слоя смешения, полученная из аппроксимации уравнения сохранения продольного импульса в граничных точках, имеет вид

$$\varphi_x = \frac{v_e}{u_e} + 2{,}1^2 \frac{u_{jm} - u_e}{u_e \Delta y^2}. \qquad (6)$$

Здесь v_e — скорость эжекции газа из внешней среды; jm — номер крайнего узла расчетной сетки по координате y.

Уравнения (1) в консервативном виде решаются с помощью конечно-разностной схемы Маккормака [13], имеющей второй порядок аппроксимации. По этой причине при сквозном счете задач с разрывами возникают нефизические осцилляции параметров и, как следствие, необходимость использовать процедуру сглаживания.

Зависимость $\beta_1(\mathrm{M}_a)$, используемая в модели турбулентной вязкости, получена на базе сопоставления результатов расчетов изобарических струй с результатами измерения толщины слоя смешения δ, записанного в форме

$$\delta = 1{,}855 \frac{\Delta x}{\Delta(y_{0,1} - y_{0,9})}.$$

Здесь $y_{0,1}$, $y_{0,9}$ — значения координаты y, в которых концентрация продуктов сгорания двигательной установки равна 0,1 и 0,9 соответственно; $\Delta(y_{0,1} - y_{0,9})$ — изменение эффективной толщины слоя смешения на расстоянии Δx.

В качестве примера апробации этой программы на рис. 4 приведено сопоставление расчетных и экспериментальных данных по распределению давления p_0 торможения на оси струи продуктов сгорания двигательной установки, истекающей в затопленное пространство. Давление изменяется в долях от статического давления в окружающей среде, а линейная координата — в долях от радиуса среза сопла двигательной установки.

Задача расчета параметров невязкого течения газа в ударном слое над поверхностью модели решается в программе [14], в рамках которой поиск решения течения идеального совершенного газа в ударном слое осуществляется методом Годунова [15], а поиск решения во всем поле течения — методом установления. В исходном виде в данной программе используется допущение о плоскопараллельном нате-

кании газа с фиксированными параметрами на ударную волну, которое было устранено А.В. Михайлиным [16] за счет разбиения общей процедуры решения задачи на два этапа. На первом из них сохраняется указанное допущение и формируется соответствующая ему форма ударной волны, а на втором этапе ведется поиск искомого решения задачи, соответствующего параметрам расходящегося газового потока перед ударной волной.

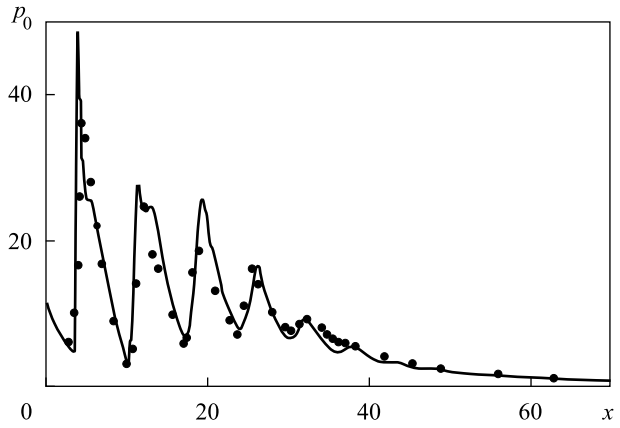


Рис. 4. Сопоставление расчетных (——) и экспериментальных (•) данных по распределению давления торможения на оси струи при $M_a = 4$, $T_a = 1070$ K

При этом речь идет о типичной взаимно сопряженной задаче, так как для построения формы ударной волны необходимо задать параметры газовой струи перед этой волной, положение которой в затопленном пространстве неизвестно. Вследствие этого поиск решения осуществляется методом итерации, в рамках которого на каждой итерации:

- по начальному приближению к форме ударной волны, заданной в табличном виде массивами $x_{Wa,i}$, $y_{Wa,i}$, рассчитываются значения всех газодинамических параметров струи продуктов сгорания ЖРД в узлах ударной волны с координатами $(x_{Wa,i} + x_{Wa,i+1})/2$, $(y_{Wa,i} + y_{Wa,i+1})/2$;
- запоминаются начальные значения давления $p_{w,i}$ на поверхности тела;
- находится численное решение уравнений Эйлера, соответствующее этим граничным условиям на ударной волне, и формируются итерационные значения координат $x'_{Wa,i}$, $y'_{Wa,i}$ и давления $p'_{w,i}$ на поверхности тела;

• рассчитывается рассогласование $D = \left| p'_{w,\,N} / p_{w,\,N} - 1 \right|$ в последнем узле на поверхности тела, в котором имеет место наибольшее рассогласование между начальными и итерационными значениями этой функции;

• анализируется выполнение условия непревышения этим рассогласованием его максимально допустимой величины ε;

• при выполнении условия $D \le \varepsilon$ итерационный процесс завершается, а в противном случае совершается переход к следующей итерации с предварительным формированием начального приближения для координат ударной волны по формулам

$$x_{Wa,i} = x_{Wa,i}(1-w) + x'_{Wa,i}w, \;\; y_{Wa,i} = y_{Wa,i}(1-w) + y'_{Wa,i}w, \;\; i = \overline{1,\,N},$$

где w — весовой коэффициент.

Необходимо также отметить, что в рамках данной методики расчета формирование параметров течения газа перед ударной волной должно удовлетворять требованию постоянства энтальпии торможения и допущению о справедливости приближения совершенного газа.

В связи с этим

$$h_{Wa,i} = h_{00,1} - (u^2_{Wa,i} + v^2_{Wa,i})/2, \quad \gamma = \rho_{Wa,1} h_{Wa,1} / (\rho_{Wa,1} h_{Wa,1} - p_{Wa,1}),$$

$$p_{Wa,i} = p_{Wa,1}(h_{Wa,i}/h_{Wa,1})^{\gamma/(\gamma-1)}, \quad p_{Wa,i} = p_{Wa,1}(h_{Wa,i}/h_{Wa,1})^{\gamma/(\gamma-1)}.$$

Данный алгоритм может использоваться при отсутствии и наличии качественного приближения к искомому решению задачи, информацию о котором содержит признак j_{flow}, что приводит к необходимости применения разных подходов к формированию начального приближения к искомому решению задачи на первой итерации.

Так, при отсутствии указанной информации, о чем свидетельствует нулевое значение признака j_{flow}, на первой итерации ведется поиск решения уравнений Эйлера и формы ударной волны в плоскопараллельном равномерном газовом потоке. Параметры в нем соответствуют положению критической точки тела в затопленном пространстве. В противном случае это начальное приближение считается заданным.

При необходимости, которая может возникнуть при дальнейшем решении этой же задачи, о чем свидетельствует единичное значение признака j_{memory}, производится запоминание всех данных, необходимых для продолжения вычислительного процесса. Необходимость введения в обращение данного признака определяется совокупностью целого ряда факторов, в числе которых:

• значительные временные затраты, связанные с построением решения задачи при отсутствии качественного начального приближения к нему;

• возможность использования найденного решения задачи в качестве начального приближения на следующем шаге интегрирования по временной координате при исследовании процессов обтекания, нагрева и обгара тела в струе продуктов сгорания ЖРД;

• необходимость многократного решения этой задачи при изменении подходов к расчету конвективного теплообмена и абляции теплозащитного материала.

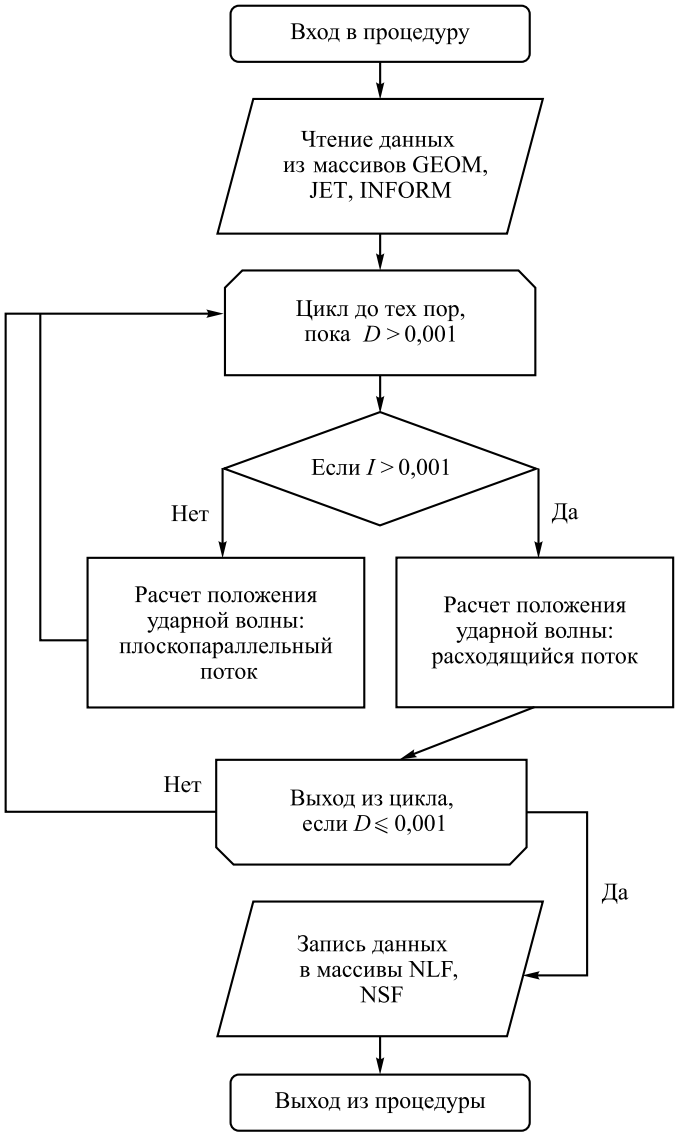


Рис. 5. Принципиальная блок-схема решения задачи:
I — номер итерации

На рис. 5 приведена принципиальная блок-схема решения газодинамической задачи положения ударной волны при обтекании осесимметричного затупленного тела недорасширенной струей продуктов сгорания ЖРД, а на рис. 6 отражен пример сходимости описанного выше итерационного процесса построения ударной волны.

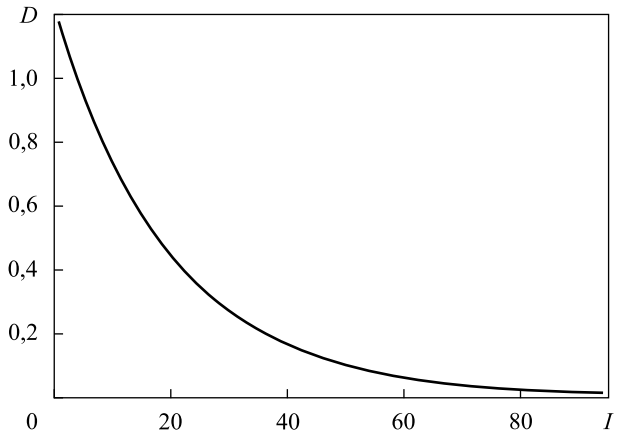


Рис. 6. Пример сходимости итерационного процесса построения формы ударной волны

Результаты численного моделирования. При проведении численных исследований, результаты которых представлены ниже, ставилась задача получения данных, характеризующих влияние расходимости газового потока на распределение давления на поверхности модели. В свою очередь, апробация данной методики проводилась на базе сопоставления полученных в ее рамках результатов с экспериментальными данными.

На рис. 7 представлены заданная геометрическая форма модели и форма ударной волны для разных вариантов удаления D модели от среза сопла. При этом достоверность приведенных расчетных данных ограничена коническим участком тела, за которым (см. ниже) наблюдается отрывное течение в ударном слое. На рис. 8 приведены расчетные данные по распределению давления p_w на поверхности модели для тех же значений параметра D. Все линейные координаты измеряются в долях от радиуса сферического затупления модели.

Достоверность приведенных экспериментальных данных (на рис. 7, 8 обозначены значками) по давлению на цилиндрическом фрагменте тела, замеренных с использованием стандартной аппаратуры, не вызывает серьезных сомнений.

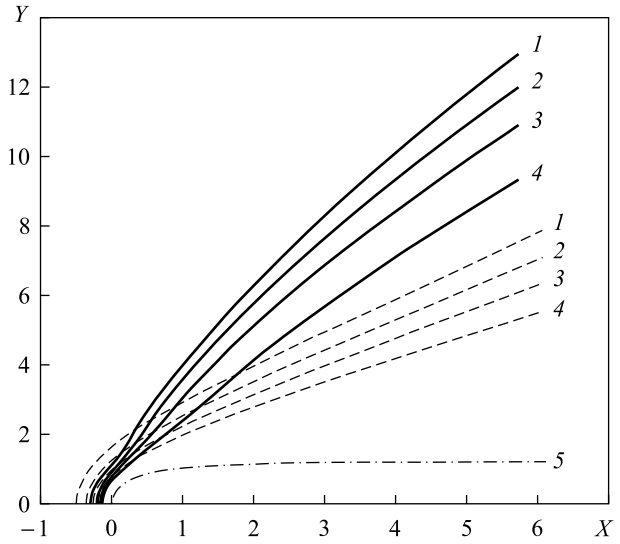


Рис. 7. Геометрическая форма модели и ударных волн при удалении D критической точки модели от среза сопла, равном 1,11 (*1*), 1,67 (*2*), 2,22 (*3*) и 3,17 (*4*) соответственно:

——, – – — результаты расчетов, полученные с учетом и без учета расходимости газового потока перед ударной волной соответственно; *5* — заданная геометрическая форма модели

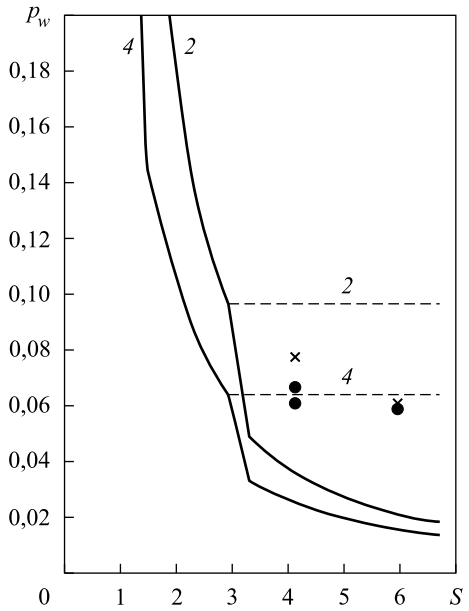


Рис. 8. Сопоставление расчетных и экспериментальных данных по распределению давления при удалении D критической точки модели от среза сопла, равном 1,67 (*2*) и 3,17 (*4*) соответственно:

——, – – — результаты расчетов, полученные с учетом и без учета расходимости газового потока перед ударной волной соответственно; ×, ● — экспериментальные данные, полученные на хвостовой (цилиндрической) части модели при двух значениях параметра D

Из приведенных данных (см. рис. 7, 8) следует, что учет расходимости газовой струи, натекающей на ударную волну, приводит к существенному изменению результатов счета не только на боковой поверхности модели (что было несложно предвидеть), но и на ее за-

туплении. При переходе с конической поверхности модели на цилиндрическую наблюдается отрыв потока, о чем свидетельствует практически постоянный уровень давления, замеренный в экспериментах на этой части модели. Кроме того, расчетное значение давления на границе конического и цилиндрического фрагментов модели находится в удовлетворительном соответствии с аналогичными экспериментальными данными, полученными в отрывной зоне на цилиндрической части модели.

Заключение. Разработанная комплексная методика газодинамического расчета пригодна для исследования силовых нагрузок, подводимых к поверхности затупленных тел вращения в струе продуктов сгорания ЖРД. Однако она не подходит для обсчета обтекания и нагрева моделей, характеризующихся уменьшением начального угла полураствора конуса, так как это может привести к появлению отрывной зоны над этой частью модели. Данная методика может быть использована при решении широкого круга прикладных задач, связанных с анализом газодинамических нагрузок, конвективного теплообмена и абляции тепловой защиты в струях продуктов сгорания ЖРД.

ЛИТЕРАТУРА

[1] Vignoles G.L., Lachaud J., Aspa Y., Goyhénèche J.M. Ablation of carbon-based materials. Multiscale roughness modelling. *Composites Science and Technology*, 2009, vol. 69, iss. 9, pp. 1470–1477.

[2] Bin Q., Ning T., Yanghui Z., Lisong Z., Wenzhong L. The summary of the thermal protection test technology using high temperature and supersonic gas jet. *International Symposium on Material, Energy and Environment Engineering*, 2015, p. 245.

[3] Горский В.В., Носатенко П.Я. *Математическое моделирование процессов тепло- и массообмена при аэротермохимическом разрушении композиционных теплозащитных материалов на кремнеземной основе*. Москва, Научный мир, 2008, 256 с.

[4] Димитриенко Ю.И., Захаров А.А., Коряков М.Н., Сыздыков Е.К., Минин В.В. Численное решение сопряженной задачи гиперзвуковой аэродинамики и термомеханики термодеструктирующих конструкций. *Инженерный журнал: наука и инновации*, 2013, вып. 9.
URL: http://engjournal.ru/catalog/mathmodel/technic/1116.html (дата обращения 06.10.2017).

[5] Горский В.В., Сысенко В.А. Моделирование расхода газа через ламинарный пограничный слой на поверхности полусферы в сверхзвуковом воздушном потоке. *Математическое моделирование и численные методы*, 2014, № 4 (4), с. 88–94.

[6] Димитриенко Ю.И., Коряков М.Н., Захаров А.А., Строганов А.С. Численное моделирование сопряженных аэрогазодинамических и термомеханических процессов в композитных конструкциях высокоскоростных летательных аппаратов. *Математическое моделирование и численные методы*, 2014, № 3, с. 3–24.

[7] Резник С.В. Актуальные проблемы проектирования, производства и испытания ракетно-космических композитных конструкций. *Инженерный журнал: наука и инновации*, 2013, вып. 3.
URL: http://engjournal.ru/articles/638/638.pdf (дата обращения 06.10.2017).

[8] Горский В.В. *Теоретические основы расчета абляционной тепловой защиты*. Москва, Научный мир, 2015, 688 с.

[9] Gorskij V.V., Resh V.G. The study of carbon matherial's aerothermochemical destruction in combustion products of liquid-propellant rocket engines. *29th Congress of the International Council of the Aeronautical Sciences*, Saint Petersburg, 2014, vol. 1–6, pp. 841–849.

[10] Сафронов А.В. Численный метод расчета струй продуктов сгорания при старте ракет. *Космонавтика и ракетостроение*, 2007, № 1 (46), с. 72–79.

[11] Шлихтинг Г. *Теория пограничного слоя*. Москва, Наука, 1974, 712 с.

[12] Землянский Б.А., Лунев В.В., Власов В.И., Горшков А.Б., Залогин Г.Н. *Конвективный теплообмен летательных аппаратов*. Москва, Физматлит, 2014, 380 с.

[13] Maccormack R.W. The effect of viscosity in hypervelocity impact cratering. *AIAA Paper*, 1969, vol. 69, no. 354, pp. 1–6.

[14] Липницкий Ю.М., Еремин В.В., Михалин А.В. и др. *Определение нестационарных аэродинамических характеристик цилиндроконических тел, совершающих колебательные движения, путем прямого численного моделирования*. Свид-во гос. регистр. прогр. для ПЭВМ № 12612193 от 28.02.2012.

[15] Годунов С.К., Забродин А.В., Прокопов Г.П. Разностная схема для двумерных нестационарных задач газовой динамики и расчет обтекания с отошедшей ударной волной. *Журнал вычислительной математики и математической физики Академии наук СССР*, 1961, т. 1, № 6, с. 1020–1050.

[16] Горский В.В., Ковальский М.Г., Михалин В.А., Сапронов А.В. Сопоставление расчетно-теоретических и экспериментальных данных по обтеканию осесимметричного затупленного тела расходящейся струей продуктов жидкостного ракетного двигателя. *Материалы XXXV Всероссийской конференции по проблемам науки и технологий, посвященной 70-летию Победы. Т. 2*. Москва, РАН, 2015, с. 3–11.

Статья поступила в редакцию 12.05.2017

Ссылку на эту статью просим оформлять следующим образом:

Горский В.В., Ковальский М.Г. Методика численного моделирования обтекания осесимметричного затупленного тела в недорасширенной струе продуктов сгорания жидкостного ракетного двигателя. *Математическое моделирование и численные методы*, 2017, № 2, с. 65–80.

Горский Валерий Владимирович — д-р техн. наук, профессор МГТУ им. Н.Э. Баумана, главный научный сотрудник АО «ВПК «НПО машиностроения». Автор более 150 научных работ. Область научных интересов: абляционная тепловая защита, высокотемпературный тепломассообмен, численные методы решения уравнений математической физики.

Ковальский Михаил Георгиевич — аспирант, инженер АО «ВПК «НПО машиностроения». Область научных интересов: газовая динамика, абляционная тепловая защита, высокотемпературный тепломассообмен, численные методы решения уравнений математической физики.

Techniques for numerical simulation flow around an axisymmetric blunt body in an underexpanded jet of liquid rocket engine combustion products

© V.V. Gorsky[1, 2], M.G. Kovalsky[1]

[1]JSC "MIC "NPO Mashinostroyenia", Moscow region, Reutov-town, 143966, Russia
[2]Bauman Moscow State Technical University, Moscow, 105005, Russia

Testing thermal protection in jets of propulsion system combustion products is one of the priority types of its experimental development. The informational content of such trials depends to a large extent on the mathematical modeling of the processes taking place in the experiments under consideration. They include flow past a model made of ablative thermal protection, convective heat transfer and friction in the laminar-turbulent boundary layer formed on the model surface, ablation of thermal protection and change in the shape of the model. The article describes the mathematical modeling of the first of the above processes, associated with solving the complex problem of constructing the field of gas dynamic functions in the underexpanded high-pressure jet of the liquid rocket engine combustion products in a flooded space and the divergent jet flow around the model surface. The results of comparison of analytical results with experimental data are presented.

Keywords: *ideal gas, Euler equations, shock wave, boundary layer equations, jet of combustion products, liquid rocket engine*

REFERENCES

[1] Vignoles G.L., Lachaud J., Aspa Y., Goyhénèche J.M. *Composites Science and Technology*, 2009, vol. 69, no. 9, pp. 1470–1477.

[2] Bin Q., Ning T., Yanghui Z., Lisong Z., Wenzhong L. The summary of the thermal protection test technology using high temperature and supersonic gas jet. *Proceedings of the 2015 International Symposium on Material, Energy and Environment Engineering. Series: Advances in Engineering Research*, 2015, p. 245.

[3] Gorsky V.V., Nosatenko P.Ya. *Matematicheskoe modelirovanie protsessov teplo- i massoobmena pri aerotermokhimicheskom razrushenii kompozitsionnykh teplozashchitnykh materialov na kremnezemnoy osnove* [Mathematical modeling the heat and mass transfer processes in the aerothermochemical destruction of composite thermal shield materials based on silica]. Moscow, Nauchnyy mir Publ., 2008, 256 p.

[4] Dimitrienko Yu.I., Zakharov A.A., Koryakov M.N., Syzdykov E.K., Minin V.V. *Inzhenernyy zhurnal: Nauka i innovatsii — Engineering Journal: Science and Innovation*, 2013, no. 9. Available at: http://engjournal.ru/catalog/mathmodel/technic/1116.html (accessed October 06, 2017).

[5] Gorsky V.V., Sysenko V.A. *Matematicheskoe modelirovanie i chislennye menody — Mathematical modeling and Computational Methods*, 2014, no. 4 (4), pp. 88–94.

[6] Dimitrienko Yu.I., Koryakov M.N., Zakharov A.A., Stroganov A.S. *Matematicheskoe modelirovanie i chislennye menody — Mathematical modeling and Computational Methods*, 2014, no. 3, pp. 3–24.

[7] Reznik S.V. *Inzhenernyy zhurnal: Nauka i innovatsii — Engineering Journal: Science and Innovation*, 2013, no. 3.

URL: http://engjournal.ru/articles/638/638.pdf (accessed October 06, 2017).

[8] Gorsky V.V. *Teoreticheskie osnovy rascheta ablyatsionnoy teplovoy zashchity* [Principal theory of calculating ablative thermal protection]. Moscow, Nauchnyy mir Publ., 2015, 688 c.

[9] Gorskij V.V., Resh V.G. The study of carbon matherial's aerothermochemical destruction in combustion products of liquid-propellant rocket engines. *Proceedings of the 29th Congress of the International Council of the Aeronautical Sciences*, Saint Petersburg, Russia, 2014, vol. 1–6, pp. 841–849.

[10] Safronov A.V. *Kosmonavtika i raketostroenie — Cosmonautics and Rocket Engineering*, 2007, no. 1 (46), pp. 72–79.

[11] Schlichting H. *Boundary-Layer Theory.* USA, New York, McGraw-Hill, Inc. Publ., 1968 [In Russ.: Schlichting H. Teoriya pogranichnogo sloya. Moscow, Nauka Publ., 1974, 712 p.].

[12] Zemlyansky B.A., Lunev V.V., Vlasov V.I., Gorshkov A.B., Zalogin G.N. *Konvektivnyy teploobmen letatelnykh apparatov* [Aircraft convective heat exchange]. Moscow, Fizmatlit Publ., 2014, 380 c.

[13] Maccormack R.W. *AIAA Paper*, 1969, vol. 69, no. 354, pp. 1–6.

[14] Lipnitsky Yu.M., Eremin V.V., Mikhalin A.V., et al. Opredelenie nestatsionarnykh aerodinamicheskikh kharakteristik tsilindrokonicheskikh tel, sovershaushchikh kolebatelnye dvizheniya, putem pryamogo chislennogo modelirovaniya [Determination of non-stationary aerodynamic characteristics of cylinder-conic bodies performing vibrational motions by direct numerical simulation]. *Svidetelstvo gosudarstvennoy registratsii program dlya PEVM* № 12612193 ot 28.02.2012 [Certificate of state registration of programs for PC no. 12612193 of 28.02.2012].

[15] Godunov S.K., Zabrodin A.V., Prokopov G.P. *Zhurnal vychislitelnoy matematiki i matematicheskoi fiziki Akademii nauk SSSR — Journal of Computational Mathematics and Mathematical Physics USSR Academy of Science*, 1961, vol. 1, no. 6, pp. 1020–1050.

[16] Gorsky V.V., Kovalsky M.G., Mikhalin V.A., Sapronov A.V. Sopostavlenie raschetno-teoreticheskikh i eksperimentalnykh dannykh po obtekaniyu osesimmetrichnogo zatuplennogo tela raskhodyashcheysya struey produktov zhidkostnogo raketnogo dvigatelya [Comparison of theoretical, experimental data on the flow around an axially symmetric blunt body by a divergent jet of liquid rocket engine products]. *Materialy XXXV Vserossiyskoy konferentsii po problemam nauki i tekhnologiy, posvyashchennoy 70-letiu Pobedy. Tom 2* [Proceedings of the XXXV All-Russian Conference on Science and Technology, dedicated to the 70th anniversary of the Victory. Vol. 2]. Moscow, RAS Publ., 2015, pp. 3–11.

Gorsky V.V., Dr. Sc. (Eng.), Professor, Bauman Moscow State Technical University, Senior staff scientist at the JSC (open joint-stock company) "MIC "NPO Mashinostroyeniya". Author of over 150 research publications. Science research interests: ablation heat protection, high temperature heat-mass transfer, numerical methods of solving equations of mathematical physics.
e-mail: gorsknat@yandex.ru

Kovalsky M.G., Post graduate (Ph.D.) student, engineer, JSC (open joint-stock company) "MIC "NPO Mashinostroyeniya". Science research interests: gas dynamics, ablation heat protection, high temperature heat-mass transfer, numerical methods of solving equations of mathematical physics.