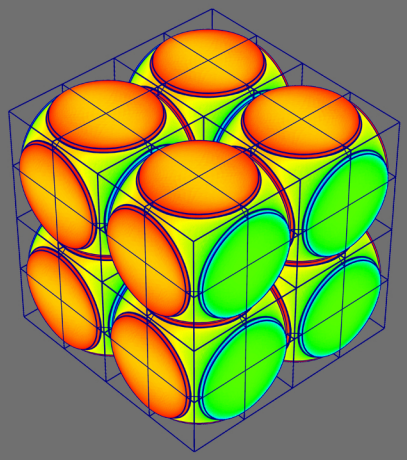
ISSN 2309-3684



Математическое моделирование и численные методы

Плюснин А. В. Моделирование массорасходных характеристик энергоустройств, обеспечивающих газодинамический выброс летательного аппарата с заданными параметрами. Математическое моделирование и численные методы, 2017, №1 (13), с. 55-77

Источник: https://mmcm.bmstu.ru/articles/127/

Параметры загрузки:
IP: 216.73.217.61
08.11.2026 08:56:11

УДК 629.762 DOI 10.18698/2309-3684-2017-1-5577

Моделирование массорасходных характеристик энергоустройств, обеспечивающих газодинамический выброс летательного аппарата с заданными параметрами

© А.В. Плюснин

МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, 105005, Россия

Предложена и обоснована математическая теория для определения массорасходных характеристик энергоустройств, проектируемых для осуществления газодинамического выброса летательного аппарата из пускового контейнера с заданными ограничениями на параметры. Представлена наглядная геометрическая интерпретация предлагаемого метода. Расчеты параметров газодинамического выброса и внутрибаллистический расчет функционирования энергоустройства с твердотопливным зарядом подтверждают правильность теоретических построений и их реализуемость на практике.

Ключевые слова: *газодинамический выброс, пусковой контейнер, летательный аппарат*

Введение. Практический опыт, накопленный при создании и эксплуатации нескольких поколений ракетно-технических систем [1–4], и повсеместное распространение современных компьютерных технологий являются мощным стимулом для глубокого переосмысления физических процессов, с которыми приходится сталкиваться в области деятельности, связанной с созданием и эксплуатацией ракетно-технических систем, а также с методами их математического моделирования. О достигнутых результатах можно судить, например, по работам [5–8]. При этом интенсивно развиваются и собственно математические методы, например [9], и передовые подходы в области численного моделирования, например [10–12], активно внедряющиеся в практику проектирования, принятия решений, расчетов по анализу и математическому моделированию результатов испытаний ракетно-технических систем.

За последнее время новые идеи появились в области физического и математического моделирования процессов подводного старта [13–17]. В настоящей статье также исследованы эти вопросы. С концептуальной точки зрения рассмотрены некоторые из теоретических подходов [18], позволяющих успешно решать задачи прогнозирования и предварительного расчета массорасходных характеристик (МРХ) энергоустройств (ЭУ), обеспечивающих газодинамический выброс (ГДВ) летательного аппарата (ЛА) из пускового контейнера (ПК) с заданными ограничениями на параметры. Хотя теория вопроса, представленная в работе, довольно проста, она имеет определен-

ную завершенность благодаря серии необходимых обоснований и их геометрической интерпретации. В конце работы приведен пример внутрибаллистического и газодинамического расчета, цель которого — продемонстрировать реализуемость теоретической массорасходной характеристики в ЭУ с моноблочным твердотопливным цилиндрическим зарядом.

Основные формулы и обозначения математической модели газодинамического выброса ЛА. Соотношения, обычно применяемые при теоретическом моделировании ГДВ, имеют вид [5–7, 19–21]:

$$\left(M^{\text{ЛА}}+\zeta\mu^{\text{ЛА}}\right)A=\left(p-p_H\right)S^{\text{ПК}}+F_{\text{ЭУ}}^{\text{ЛА}}+\left(\zeta\rho_{\text{вод}}\Omega_{\text{выш}}^{\text{ЛА}}\left(L\right)-M^{\text{ЛА}}\right)g\sin\vartheta^{\text{ПК}}-$$

$$-0,5\zeta C_X^{\text{лоб}}\rho_{\text{вод}}V^2S^{\text{ПК}}-F_{\text{ЭФ}}^{\text{ЛА}}-F_{\text{тр}}^{\text{ЛА}};\qquad(1)$$

$$\frac{dT}{dt}=\frac{G^{\text{ЭУ}}\left[\left(1-\chi^{\text{ТП}}\right)C_p^{\text{ЭУ}}T_{\text{КС}}^{\text{ЭУ}}-C_\upsilon^{\text{см}}T\right]-pVS^{\text{ПК}}}{m^{\text{см}}C_\upsilon^{\text{см}}};\qquad(2)$$

$$p=\frac{m^{\text{см}}R^{\text{см}}T}{\Omega^{\text{ЗП}}},\ \Omega^{\text{ЗП}}=\Omega_0^{\text{ЗП}}+L(t)S^{\text{ПК}};\qquad(3)$$

$$\frac{dm^{\text{ЭУ}}}{dt}=G^{\text{ЭУ}}(t)=\varphi_{\text{ист}}^{\text{ЭУ}}B\frac{p_{\text{КС}}^{\text{ЭУ}}(t)\Sigma_{\text{кр}}^{\text{ЭУ}}}{\sqrt{R_{\text{КС}}^{\text{ЭУ}}T_{\text{КС}}^{\text{ЭУ}}}};\qquad(4)$$

$$m^{\text{см}}=m_0+m^{\text{ЭУ}},\ R^{\text{см}}=\frac{m_0R_0+m^{\text{ЭУ}}R_{\text{КС}}^{\text{ЭУ}}}{m^{\text{см}}},\ C_\upsilon^{\text{см}}=\frac{m_0C_{\upsilon_0}+m^{\text{ЭУ}}C_\upsilon^{\text{ЭУ}}}{m^{\text{см}}};\qquad(5)$$

$$C_\upsilon^{\text{ЭУ}}=C_p^{\text{ЭУ}}-R_{\text{КС}}^{\text{ЭУ}},\ \gamma^{\text{ЭУ}}=C_p^{\text{ЭУ}}\big/C_\upsilon^{\text{ЭУ}},\ B=\sqrt{\gamma_{\text{КС}}^{\text{ЭУ}}}\left(\frac{2}{\gamma_{\text{КС}}^{\text{ЭУ}}+1}\right)^{\frac{\gamma_{\text{КС}}^{\text{ЭУ}}+1}{2\left(\gamma_{\text{КС}}^{\text{ЭУ}}-1\right)}}.\qquad(6)$$

В приведенных формулах использованы обозначения: t — время; $L,\ V\equiv\dfrac{dL}{dt},\ A\equiv\dfrac{dV}{dt}$ — путь, скорость, ускорение ЛА при движении в ПК; p — давление; T — температура; m — масса среды. Верхний индекс «ЭУ» относится к параметрам ЭУ, при этом нижний индекс «КС» указывает на значения параметров в камере сгорания (КС) ЭУ. Ноль в нижнем индексе относится к параметрам начальной среды в задонном пространстве (ЗП) ПК. Для обозначения газовой постоянной и теплоемкостей при постоянном давлении и объеме используются $R,\ C_p,\ C_\upsilon$ соответственно. Для продуктов сгорания ЭУ приняты значения, соответствующие условиям в КС («замороженные»

параметры), а величина R учитывает наличие конденсированной фазы, т. е. является *приведенной* газовой постоянной [21]. Параметры ЭУ характеризуются также коэффициентом расхода $\varphi_{\text{ист}}^{\text{ЭУ}}$, площадью критического сечения сопла $\Sigma_{\text{кр}}^{\text{ЭУ}}$ и массовым расходом $G^{\text{ЭУ}}$ ЭУ.

Для динамических параметров ЛА использованы обозначения: $M^{\text{ЛА}}$, $\mu^{\text{ЛА}}$ — масса и присоединенная масса; $\Omega_{\text{выш}}^{\text{ЭУ}}(L)$ — объем части, вышедшей из ПК; $C_X^{\text{лоб}}(L)$ — коэффициент лобового сопротивления, отнесенный к площади $S^{\text{ПК}}$ внутреннего поперечного сечения ПК; $F_{\text{ЭУ}}^{\text{ЛА}}(L)$ — тяга ЭУ (при установке на ЛА); $F_{\text{ЭФ}}^{\text{ЛА}}(L)$ — сопротивление элементов фиксации (ЭФ) ЛА в ПК; $F_{\text{тр}}^{\text{ЛА}}$ — суммарная сила трения, действующая на ЛА.

Условия ГДВ характеризуются параметрами: $\vartheta^{\text{ПК}}$ — угол наклона ПК к горизонту; H, $p_H = p_{\text{атм}} + \zeta\rho_{\text{вод}}gH$ — глубина погружения и гидростатическое давление на уровне верхнего среза ПК; $p_{\text{атм}}$ — атмосферное давление; $\rho_{\text{вод}}$ — плотность воды; g — ускорение силы тяжести. Здесь также $\zeta = 0$ для наземного/надводного ГДВ и $\zeta = 1$ — для подводного ГДВ.

В качестве примера были рассмотрены условия, не связанные с какими-либо конкретными разработками: $H = 50$, $\vartheta^{\text{ПК}} = 90°$, $p_0 = p_H$, $D^{\text{ПК}} = \sqrt{4S^{\text{ПК}}/\pi} = 1$.

Здесь использованы следующие параметры: $L^{\text{ПК}}$ — длина ПК, с которой приближенно отождествлялась длина ЛА; $L_0^{\text{ПК}}$ — условная высота ЗП в исходном положении, связанная с начальным свободным объемом ЗП соотношением $\Omega_0^{\text{ЗП}} = L_0^{\text{ПК}}S^{\text{ПК}}$. Масса ЛА была приравнена значению $M^{\text{ЛА}} = \rho_{\text{вод}}S^{\text{ПК}}L^{\text{ПК}}$, а присоединенная масса — значению $\mu^{\text{ЛА}} = \frac{1}{3}\rho_{\text{вод}}\left(D^{\text{ПК}}\right)^3$ [22]. Текущий объем вышедшей из ПК части ЛА был вычислен по формуле $\Omega_{\text{выш}}^{\text{ЛА}}(L) = LS^{\text{ПК}}$, сила трения оценивалась как $F_{\text{тр}}^{\text{ЛА}} = 0{,}15M^{\text{ЛА}}g$. Зависимость $C_X^{\text{лоб}}(L)$ аппроксимировалась постоянным значением.

Коэффициент тепловых потерь $\chi^{\text{ТП}}$ — величина, вообще говоря, переменная [17, 23, 24], определяемая по результатам газодинамической отработки. В работах [5, 21] учет теплопотерь описан на основе более детальных соотношений. Все же в ряде испытаний, где отсут-

ствовало вторичное догорание [17, 23], можно было с хорошей для практики точностью считать коэффициент $\chi^{\text{ТП}}$ постоянным (в расчетах, проведенных в рамках данной работы, принималось постоянное значение).

Предварительный анализ задачи выбора массорасходных характеристик ЭУ. При запуске ЭУ обычно наблюдается четко выраженный синхронный пик давления среды в ЗП и ускорения ЛА [20, 23]. Расчеты показывают, что с ростом этого пика снижается скорость выхода ЛА из ПК. Этот качественный вывод можно подкрепить математически. Пусть на участке движения ЛА в ПК $L_{\text{разг}}^{\text{ПК}} = L^{\text{ПК}} - L_0^{\text{ПК}}$ требуется достичь максимальной скорости при ограничении ускорения ЛА величиной $A^{\max}$. Обозначим через $t_{\text{стр}}$ момент страгивания ЛА, определяемый условиями $L(t_{\text{стр}}) = V(t_{\text{стр}}) = 0,\ A(t_{\text{стр}}) > 0$. Тогда, представляя ускорение как функцию пути при $t > t_{\text{стр}}$

$$A(t) = \frac{dV}{dt} = \frac{dV}{dL}\frac{dL}{dt} = \frac{dV}{dL}V = \frac{d}{dL}\left(\frac{V^2}{2}\right),$$

получим для скорости $V^{\text{ПК}}$ выхода ЛА из ПК оценку

$$0,5\left(V^{\text{ПК}}\right)^2 = \int\limits_0^{L_{\text{разг}}^{\text{ПК}}} A\left(L\right)dL \le \int\limits_0^{L_{\text{разг}}^{\text{ПК}}} A^{\max}\,dL = A^{\max}L_{\text{разг}}^{\text{ПК}},$$

где индекс «разг» обозначает разгонный путь ЛА в ПК, а индекс «теор» — теоретический. Из этого следует, что максимальное значение скорости выхода из ПК

$$V_{\max}^{\text{ПК}} = \sqrt{2A^{\max}L_{\text{разг}}^{\text{ПК}}} \qquad (7)$$

должно достигаться при равноускоренном движении $A(t) = A^{\max}$. Тогда имеем следующие «оптимальные» параметры движения ЛА в ПК:

$$L_{\text{теор}}(t) = 0,5A^{\max}(t - t_{\text{стр}})^2,\ V_{\text{теор}}(t) = A^{\max}(t - t_{\text{стр}}),\ A_{\text{теор}}(t) = A^{\max}, \quad (8)$$

справедливые на интервале времени $t_{\text{стр}} \le t \le t_{\text{теор}}^{\text{ПК}} = t_{\text{стр}} + \sqrt{2L_{\text{разг}}^{\text{ПК}} \big/ A^{\max}}$. Остальные параметры ГДВ, в частности зависимость $m^{\text{ЭУ}}(t)$, можно найти по формулам (1)–(6), а массовый расход $G_{\text{теор}}^{\text{ЭУ}}(t)$ — в результате численного дифференцирования этой зависимости и достраивания начального участка $t_{\text{нач}}^{\text{ЭУ}} \le t \le t_{\text{стр}}$ [18].

Данное построение заведомо является приближенным. Если ЭФ отсутствуют, тогда все члены уравнения (1) изменяются непрерывно, в то время как по формулам (8) ускорение меняется от нуля до $A^{\max}$ скачком. При наличии ЭФ ускорение ЛА в момент их разрушения изменяется скачком на величину $\left(F_{\text{ЭФ}}^{\text{ЛА}}\right)_{\max} / \left(M^{\text{ЛА}} + \zeta\mu^{\text{ЛА}}\right)$. Затем, поскольку свободный объем ЗП сначала медленно увеличивается, ускорение продолжает непрерывно расти вместе с давлением в ЗП, пока не достигнет максимума, что также не соответствует формулам (8).

Результаты расчета [18] зависимости $G_{\text{теор}}^{\text{ЭУ}}(t)$ и соответствующих параметров ГДВ для условий, указанных в предыдущем разделе, и ограничения $A^{\max} = 50$ представлены на рис. 1. Сопротивление ЭФ аппроксимировалось зависимостью

$$F_{\text{ЭФ}}^{\text{ЛА}}\left(L\right) = \left(F_{\text{ЭФ}}^{\text{ЛА}}\right)_{\max}\left[1 - h\left(L - \varepsilon\right)\right],\ \left(F_{\text{ЭФ}}^{\text{ЛА}}\right)_{\max} = 4M^{\text{ЛА}}g,$$

где $h\left(\xi\right)$ — ступенчатая функция Хевисайда [25], $0 < \varepsilon \ll 1$. По данным рис. 1 можно судить о том, что ограничение на ускорение не выполнено. Это значит, что соответствие $A^{\max} \mapsto V_{\max}^{\text{ПК}}$, устанавливаемое формулой (7), не является объективным. Его либо требуется уточнять для конкретных условий ГДВ, либо понимать как соответствие $A^{\text{сред}} \mapsto V_{\max}^{\text{ПК}}$, где $A^{\text{сред}} < A^{\max}$ — некоторое условное среднее ускорение. Однако и при неравномерном графике ускорения достигаемые скорости выхода ЛА из ПК достаточно велики (см. рис. 1). Основной недостаток описанного метода — сложно реализовать зависимость $G_{\text{теор}}^{\text{ЭУ}}(t)$.

Большие скорости движения в ПК при подводном ГДВ связаны со значительными нагрузками на корпус ЛА [26]. Ввиду условий (8) давление среды в ЗП получается примерно постоянной величиной, из-за этого давление раскупорки на момент выхода ЛА из ПК высокое. Как следствие, интенсифицируются неблагоприятные послестартовые процессы, сопровождающие подводный ГДВ [17]. Для снижения давления раскупорки до приемлемого уровня можно повысить начальный расход $G_{\text{теор}}^{\text{ЭУ}}\left(t_{\text{нач}}^{\text{ЭУ}}\right)$ ЭУ, что увеличит начальные пики давления и ускорения, либо ограничить непрерывный рост расходной характеристики (см. рис. 1), сделав ее с некоторого момента $t_{\text{реж}}^{\text{ЭУ}} < t^{\text{ПК}}$ постоянной. Дальнейшее рассмотрение опирается на эти два приема. Выполненный анализ показывает, что можно рассчитывать на достаточно широкие возможности получения приемлемых параметров ГДВ.

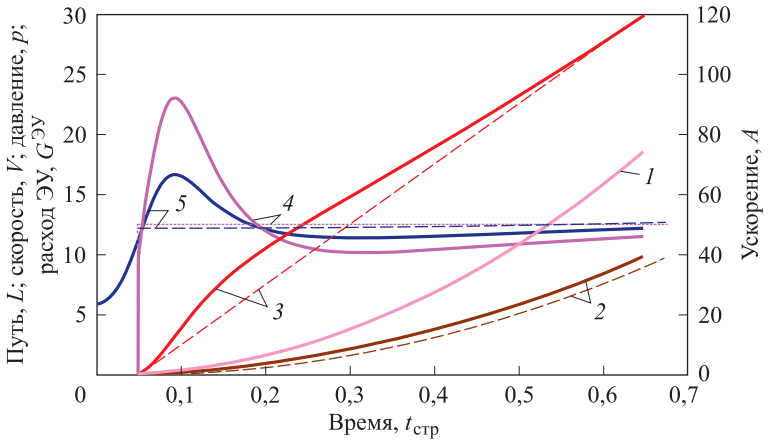


Рис. 1. Результаты расчетов для оптимальной МРХ энергоустройств (ЭУ):

1 — зависимость $G^{ЭУ}_{теор}(t)$; *2* — графики пути; *3* — графики скорости; *4* — графики ускорения; *5* — графики давления в задонном пространстве (штриховые линии — параметры, соответствующие формулам (8), сплошные — результаты расчета по формулам (1)–(6))

Приближенное моделирование разбросов массорасходных характеристик ЭУ. Разбросы параметров ГДВ в значительной степени определяются разбросами МРХ ЭУ [13, 17], вызванными, главным образом, партионными и температурными разбросами скорости горения твердого топлива [21, 27, 28]. Скорость горения твердого топлива обычно рассматривают как функцию от начальной температуры заряда и текущего значения давления среды в КС [8, 21]. Для устойчивого воспламенения заряда давление в камере ЭУ не должно быть ниже некоторого порогового значения $p^{ЭУ}_{КС_{min}}$. В то же время твердое топливо разрабатывается под определенные диапазоны температуры окружающей среды и рабочего давления в КС, изменение которых требует больших усилий. Таким образом, для конкретного ЭУ существует определенный диапазон $p^{ЭУ}_{КС_{min}} \le p^{ЭУ}_{КС} \le p^{ЭУ}_{КС_{max}}$ изменения рабочего давления в КС, определяющий так называемую прогрессивность ЭУ $\kappa^{ЭУ} = \left(p^{ЭУ}_{КС_{max}}\right) / \left(p^{ЭУ}_{КС_{min}}\right)$, причем существенное изменение этого параметра затруднительно.

В формуле (4), связывающей массовый расход ЭУ с давлением в КС, все величины кроме этих двух можно рассматривать как постоянные. В частности, температура в КС при нормальном горении определяется энергетикой топлива [21] и слабо зависит от значения давления. Следовательно, формулу для определения прогрессивности топлива можно переписать в виде

$$\kappa^{\text{ЭУ}} = \frac{G_{\max}^{\text{ЭУ}}}{G_{\text{нач}}^{\text{ЭУ}}}. \tag{9}$$

Здесь $G_{\max}^{\text{ЭУ}}$ — максимальный расход ЭУ в процессе работы; $G_{\text{нач}}^{\text{ЭУ}}$ — массовый расход при вскрытии сопла ЭУ.

При изготовлении зарядов твердого топлива жестко контролируются их геометрические размеры и масса, поэтому интеграл от массового расхода за полное время работы любых однотипных ЭУ не зависит от реализации, поскольку равен массе заряда. В то же время от реализации и условий применения зависят величина массового расхода и время горения заряда. С возрастанием (уменьшением) скорости горения топлива возрастает (уменьшается) массовый расход ЭУ, при этом время горения заряда уменьшается (увеличивается). Это позволяет применить следующий приближенный способ описания всего диапазона разбросов МРХ данного типа ЭУ.

Пусть экспериментально или теоретически определена некоторая номинальная расходная характеристика ЭУ $G_{пот}^{\text{ЭУ}} \equiv G_0^{\text{ЭУ}}(t)$. Пренебрегая разбросами массы $m_{\text{з}}^{\text{ЭУ}}$ топлива от заряда к заряду, запишем формулу

$$m_{\text{з}}^{\text{ЭУ}} = \int\limits_{t_{0,\text{нач}}^{\text{ЭУ}}}^{t_{0,\text{кон}}^{\text{ЭУ}}} G_0^{\text{ЭУ}}(\tau)\, d\tau, \tag{10}$$

где $t_{0,\text{нач}}^{\text{ЭУ}}$ — момент вскрытия сопла ЭУ; $t_{0,\text{кон}}^{\text{ЭУ}}$ — момент полного выгорания его заряда (для номинального режима работы), причем вне этого промежутка $G_0^{\text{ЭУ}} \equiv 0$.

Зададим некоторое значение ν, выраженное в процентах, и положим $\overline{\nu} = 1 + 0,01\nu$. Конкретную реализацию расходной характеристики ЭУ будем описывать приближенной зависимостью

$$G_{\nu}^{\text{ЭУ}}(t) = \overline{\nu} G_0^{\text{ЭУ}}\left(\overline{\nu}\left[t - t_{\nu,\text{нач}}^{\text{ЭУ}}\right] + t_{0,\text{нач}}^{\text{ЭУ}}\right). \tag{11}$$

Данное выражение тождественно обращается в нуль при $t < t_{\nu,\text{нач}}^{\text{ЭУ}}$ (до момента вскрытия сопла $t_{\nu,\text{нач}}^{\text{ЭУ}}$) и при $t > t_{\nu,\text{кон}}^{\text{ЭУ}}$ (после полного выгорания заряда). Соответственные моменты времени для данного режима работы ЭУ $\tau_{\nu}^{\text{ЭУ}}$ и для номинального режима $\tau_0^{\text{ЭУ}}$ связаны между собой формулой

$$\tau_{\nu}^{\text{ЭУ}} = \frac{\tau_0^{\text{ЭУ}} - t_{0,\text{нач}}^{\text{ЭУ}}}{\bar{\nu}} + t_{\nu,\text{нач}}^{\text{ЭУ}}. \qquad (12)$$

В частности, имеем $t_{\nu,\text{кон}}^{\text{ЭУ}} = \frac{t_{0,\text{кон}}^{\text{ЭУ}} - t_{0,\text{нач}}^{\text{ЭУ}}}{\bar{\nu}} + t_{\nu,\text{нач}}^{\text{ЭУ}}$.

При совмещении значений $t_{0,\text{нач}}^{\text{ЭУ}}$ и $t_{\nu,\text{нач}}^{\text{ЭУ}}$ зависимость (11) отличается от номинальной зависимости $G_0^{\text{ЭУ}}(t)$ увеличением расхода ЭУ в $\bar{\nu}$ раз и одновременным уменьшением времени его работы. При таком подходе поле разбросов расходных характеристик ЭУ можно задать неравенством

$$\nu_{\min} \le \nu \le \nu_{\max}, \qquad (13)$$

где значению $\nu_{\min}$ соответствует минимальная расходная характеристика $G_{\nu_{\min}}^{\text{ЭУ}}(t)$, а значению $\nu_{\max}$ — максимальная расходная характеристика $G_{\nu_{\max}}^{\text{ЭУ}}(t)$. Так, например, при разбросе характеристик ± 20 % имеем: $\nu_{\min} = -20$ %; $\bar{\nu}_{\min} = 0{,}8$; $\nu_{\max} = +20$ %; $\bar{\nu}_{\max} = 1{,}2$. Номинальной характеристике соответствуют значения $\nu_{пот} = 0$ % и $\bar{\nu}_{пот} = 1$. В теоретических рассуждениях удобно не ограничивать значения разбросов неравенством (13). При этом значения $\bar{\nu}$ и ν будут изменяться в пределах $0 < \bar{\nu} < +\infty$ и $-100 < \nu < +\infty$.

Для любой из зависимостей (11) выполнено соотношение (10) вида

$$m_{\text{з}}^{\text{ЭУ}} = \int_{t_{\nu,\text{нач}}^{\text{ЭУ}}}^{t_{\nu,\text{кон}}^{\text{ЭУ}}} G_{\nu}^{\text{ЭУ}}(\tau) d\tau.$$

Все они имеют одинаковую прогрессивность (9)

$$\kappa^{\text{ЭУ}} = \frac{G_{\nu}^{\text{ЭУ}}\left(t_{\nu,\max}^{\text{ЭУ}}\right)}{G_{\nu}^{\text{ЭУ}}\left(t_{\nu,\text{нач}}^{\text{ЭУ}}\right)} = \frac{\bar{\nu} G_0^{\text{ЭУ}}\left(\bar{\nu}\left[t_{\nu,\max}^{\text{ЭУ}} - t_{\nu,\text{нач}}^{\text{ЭУ}}\right] + t_{0,\text{нач}}^{\text{ЭУ}}\right)}{\bar{\nu} G_0^{\text{ЭУ}}\left(t_{0,\text{нач}}^{\text{ЭУ}}\right)} = \frac{G_0^{\text{ЭУ}}\left(t_{0,\max}^{\text{ЭУ}}\right)}{G_0^{\text{ЭУ}}\left(t_{0,\text{нач}}^{\text{ЭУ}}\right)}.$$

Здесь $t_{0,\max}^{\text{ЭУ}}$ и $t_{\nu,\max}^{\text{ЭУ}}$ — соответственные моменты максимумов функций $G_0^{\text{ЭУ}}(t)$ и $G_{\nu}^{\text{ЭУ}}(t)$. Эти рассуждения схематично представлены на рис. 2.

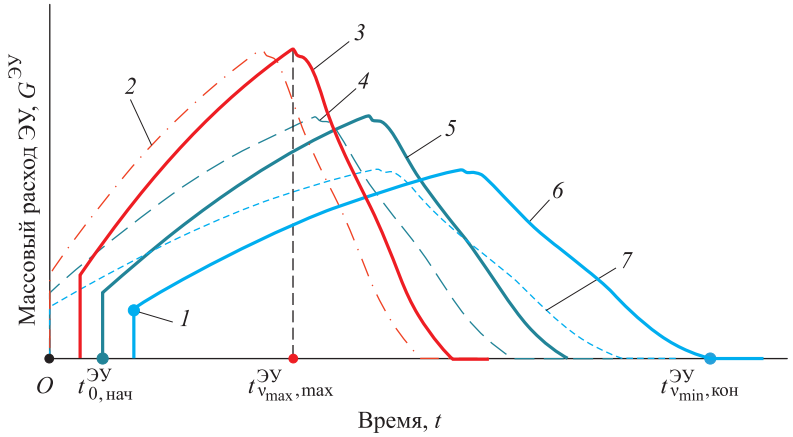


Рис. 2. Прогрессивность и разбросы расходных характеристик энергоустройств (ЭУ):

1 — $G^{ЭУ}_{\nu_{min}}\left(t^{ЭУ}_{\nu_{min},нач}\right)=\nabla_{min}G^{ЭУ}_{0}\left(t^{ЭУ}_{0,нач}\right)$; 2 — $G^{ЭУ}_{\nu_{max}}\left(t+t^{ЭУ}_{\nu_{max},нач}\right)$; 3 — $G^{ЭУ}_{\nu_{max}}(t)$;
4 — $G^{ЭУ}_{0}\left(t+t^{ЭУ}_{0,нач}\right)$; 5 — $G^{ЭУ}_{0}(t)$; 6 — $G^{ЭУ}_{\nu_{min}}(t)$; 7 — $G^{ЭУ}_{\nu_{min}}\left(t+t^{ЭУ}_{\nu_{min},нач}\right)$

Выражение (11) позволяет получить формулу перехода между любыми двумя МРХ $G^{ЭУ}_{\nu_1}(t)$ и $G^{ЭУ}_{\nu_2}(t)$:

$$G^{ЭУ}_{\nu_2}(t)=\overline{\nu}_1^{-1}\overline{\nu}_2 G^{ЭУ}_{\nu_1}\left(\overline{\nu}_1^{-1}\overline{\nu}_2\left[t-t^{ЭУ}_{\nu_2,нач}\right]+t^{ЭУ}_{\nu_1,нач}\right). \qquad (14)$$

Этому преобразованию можно придать операторный вид

$$G^{ЭУ}_{\nu_2}=\Lambda\left(\overline{\nu}_1^{-1}\overline{\nu}_2\right)G^{ЭУ}_{\nu_1}.$$

Если не накладывать ограничение (13), преобразования $\Lambda(\omega)$, где $0<\omega<+\infty$, образуют коммутативную группу с единицей (тождественным преобразованием) $\Lambda(1)$, изоморфную мультипликативной группе $\mathbb{R}_+$ положительных вещественных чисел [29]. Ввиду гладкой зависимости элементов от параметра обе группы являются глобальными однопараметрическими группами Ли. При учете ограничения (13) преобразования $\Lambda(\omega)$ образуют *локальную* группу Ли [30].

Выбор линейно-постоянных массорасходных характеристик ЭУ для обеспечения газодинамического выброса ЛА из ПК с заданными ограничениями. Рассмотрим задачу выбора МРХ ЭУ в условиях ограничений на ускорение $A(t)\le A^{max}$ движения в ПК, на скорость $V^{ПК}\ge V^{ПК}_{min}$ выхода из ПК и прогрессивность $\kappa\le\kappa^{ЭУ}_{max}$ МРХ. Разбросы МРХ заданы согласно неравенству (13).

Выберем для всех кривых (11) единое начало $t^{\text{ЭУ}}_{\nu,\text{нач}}=0$. Для любого момента времени $0<t\le t^{\text{ЭУ}}_{\nu_{\max},\text{кон}}$ имеем очевидное неравенство $m^{\text{ЭУ}}_{\nu_1}(t)<m^{\text{ЭУ}}_{\nu_2}(t)$, если $\nu_{\min}\le\nu_1<\nu_2\le\nu_{\max}$. Из формулы (3) и интегральной формы уравнения (2) [19]

$$T=\frac{m_0C_{\upsilon 0}T_0+\left(1-\chi^{\text{ТП}}\right)m^{\text{ЭУ}}C_p^{\text{ЭУ}}T_{\text{КС}}^{\text{ЭУ}}-\int\limits_{t^{\text{ЭУ}}_{\text{нач}}}^{t}pVS^{\text{ПК}}dt}{m_0C_{\upsilon 0}+m^{\text{ЭУ}}C_{\upsilon}^{\text{ЭУ}}}$$

можно заключить, что в момент t давление и температура среды в ЗП выше для ГДВ с расходом $G^{\text{ЭУ}}_{\nu_2}$, чем для ГДВ с расходом $G^{\text{ЭУ}}_{\nu_1}$: $p(t)\big|_{G^{\text{ЭУ}}_{\nu_1}}<p(t)\big|_{G^{\text{ЭУ}}_{\nu_2}}$, $T(t)\big|_{G^{\text{ЭУ}}_{\nu_1}}<T(t)\big|_{G^{\text{ЭУ}}_{\nu_2}}$. Следовательно, это справедливо и для параметров движения ЛА в ПК: $A(t)\big|_{G^{\text{ЭУ}}_{\nu_1}}<A(t)\big|_{G^{\text{ЭУ}}_{\nu_2}}$; $V(t)\big|_{G^{\text{ЭУ}}_{\nu_1}}<V(t)\big|_{G^{\text{ЭУ}}_{\nu_2}}$; $L(t)\big|_{G^{\text{ЭУ}}_{\nu_1}}<L(t)\big|_{G^{\text{ЭУ}}_{\nu_2}}$. Значит, ограничение $A(t)\le A^{\max}$ следует применять для ГДВ с максимальной МРХ $G^{\text{ЭУ}}_{\nu_{\max}}$, а ограничение $V^{\text{ПК}}\ge V^{\text{ПК}}_{\min}$ — с минимальной МРХ $G^{\text{ЭУ}}_{\nu_{\min}}$.

Решим поставленную задачу для класса линейно-постоянных МРХ, изображенных на рис. 3. Данные зависимости можно приближенно реализовать с помощью моноблочных зарядов с разгорающимися внутренними каналами [27, 28, 31]. Теоретический аспект момента окончания работы ЭУ не имеет существенного значения, главное, чтобы во всех случаях имело место неравенство $t^{\text{ЭУ}}_{\nu,\text{кон}}\ge t^{\text{ПК}}$, где $t^{\text{ПК}}$ — момент полного выхода ЛА из ПК для заданного режима работы ЭУ. Тогда на промежутке $0<t\le t^{\text{ПК}}$ рассматриваемые зависимости определяются параметрами $G^{\text{ЭУ}}_{\nu,\text{нач}}$, $G^{\text{ЭУ}}_{\nu,\text{реж}}$ и $\tau^{\text{ЭУ}}_{\nu,\text{реж}}$. Причем $G^{\text{ЭУ}}_{\nu,\text{нач}}=\kappa^{-1}G^{\text{ЭУ}}_{\nu,\text{реж}}$. По этой причине для обозначения конкретной зависимости достаточно записи $\left\{\tau_{\text{реж}};G_{\text{реж}};\nu;\kappa\right\}$, где $\tau_{\text{реж}}\equiv\tau^{\text{ЭУ}}_{\nu,\text{реж}}$, $G_{\text{реж}}\equiv G^{\text{ЭУ}}_{\nu,\text{реж}}$. Зависимостям с $\tau^{\text{ЭУ}}_{\nu,\text{реж}}=0$ можно приписывать любую прогрессивность $1\le\kappa<\infty$. Если подобная зависимость рассматривается как предельная для МРХ с прогрессивностью κ, то это же значение κ будет приписываться и ей.

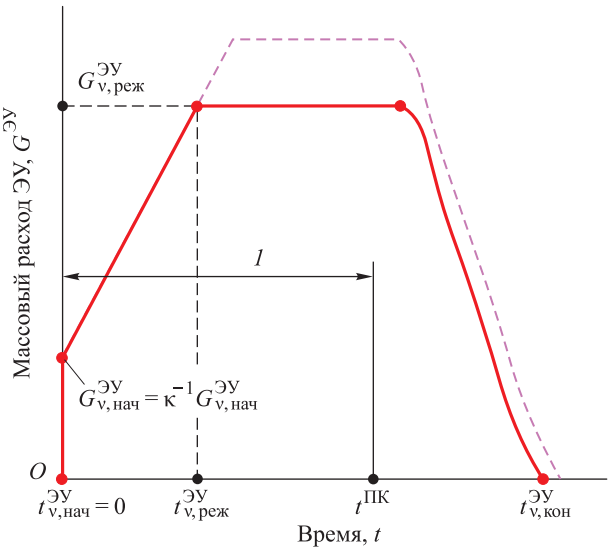


Рис. 3. Линейно-постоянная массорасходная характеристика энергоустройств (ЭУ) (штриховой линией показано варьирование прогрессивности ЭУ):
l — участок движения в ПК

На малом по времени интервале формирования вызванного запуском ЭУ максимума давления в ЗП можно принять, что $\Omega^{ЗП} \approx \Omega^{ЗП}_0$, $G^{ЭУ}_v(t) \approx G^{ЭУ}_{v,нач} + \dot{G}^{ЭУ}_v\left(t^{ЭУ}_{v,нач}\right)\left(t - t^{ЭУ}_{v,нач}\right)$. Следовательно, поступившая в ЗП масса продуктов сгорания, при которой достигается максимум, и само максимальное значение определяются начальным расходом ЭУ $G^{ЭУ}_{v,нач}$ и градиентом нарастания расхода $\dot{G}^{ЭУ}_v\left(t^{ЭУ}_{v,нач}\right)$. Из сказанного ранее следует, что увеличение одной из этих величин при сохранении значения второй приведет к возрастанию пика давления.

Теперь подберем эти значения так, что для МРХ $G^{ЭУ}_{v_{max}}$ ограничение $A^{(max)}$ достигается. Рассмотрим семейство линейно-постоянных МРХ с данными значениями $G^{ЭУ}_{v_{max},нач}$ и $\dot{G}^{ЭУ}_{v_{max}}\left(t^{ЭУ}_{v_{max},нач}\right)$, но с различными прогрессивностями (см. рис. 3). При условии $t^{ЭУ}_{v_{max},реж} < t^{ПК}$ большее поступление массы продуктов сгорания в ЗП будет иметь место для МРХ с большей прогрессивностью. Вновь обращаясь к ранее проведенным рассуждениям, заключим, что для такой МРХ скорость выхода ЛА из ПК будет выше. Значит, и для минимальных режимов $G^{ЭУ}_{v_{min}}$ при большей прогрессивности МРХ будет реализовываться большая скорость $V^{ПК}$. Можно заключить, что оптимальные резуль-

таты решения поставленной задачи следует искать для наибольшего допускаемого значения $\kappa = \kappa_{\max}^{\text{ЭУ}}$ прогрессивности ЭУ. Далее это условие считается выполненным.

Сделаем следующие построения на примере варианта ГДВ с оговоренными ранее параметрами и ограничениями $A^{\max} = 100$, $V_{\min}^{\text{ПК}} = 15$, $\kappa = 5$, $\nu = \pm 20$ %. Для последовательно увеличивающихся значений $\tau_{\text{реж}} = j\delta\tau_{\text{реж}}$ $(j = 0,1,..)$, где, например, $\delta\tau_{\text{реж}} = 0,1$, интегрируем уравнения (1)–(6) для МРХ $\{\tau_{\text{реж}}; G_{\text{реж}}; 1; 5\}$ и подбираем такое значение $G_{\text{реж}}$, при котором максимум ускорения ЛА достигает порогового значения $A^{\max}$ с точностью, допустим, $\delta A^{\max} = 0,1$. В результате получаем кривую $\Gamma^{\max}: G_{\text{реж}} = G_{\text{реж}}^{\max}(\tau_{\text{реж}})$ в координатах $\tau_{\text{реж}}$, $G_{\text{реж}}$ (рис. 4).

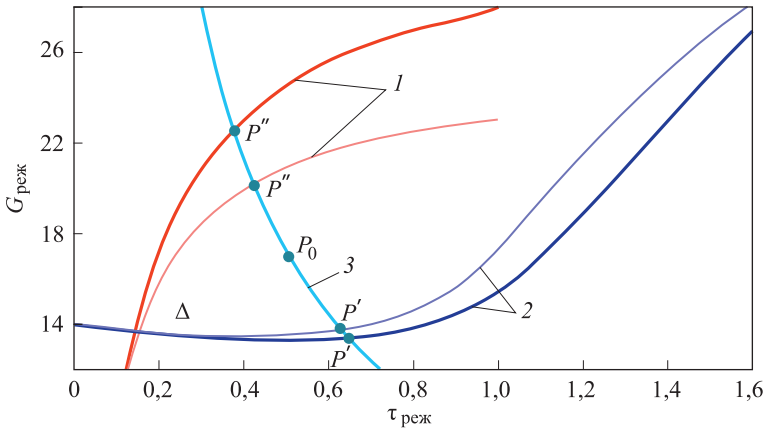


Рис. 4. Геометрическая интерпретация метода выбора МРХ энергоустройств:

1 — зависимости $\Gamma^{\max}$; *2* — зависимости $\Gamma^{\min}$ (жирными сплошными линиями обозначено $\kappa = 5$, тонкими сплошными — $\kappa = 4$); *3* — ветвь гиперболы Γ, определяющая семейство МРХ

Затем проводим аналогичную серию расчетов и находим значения $G_{\text{реж}}$, при которых с погрешностью, например, $\delta V_{\min}^{\text{ПК}} = 0,1$ достигается пороговая скорость $V_{\min}^{\text{ПК}}$ выхода ЛА из ПК, что дает кривую $\Gamma^{\min}: G_{\text{реж}} = G_{\text{реж}}^{\min}(\tau_{\text{реж}})$. В результате на плоскости $(\tau_{\text{реж}}, G_{\text{реж}})$ имеем область $\Delta = \{(\tau_{\text{реж}}, G_{\text{реж}}): G_{\text{реж}}^{\min}(\tau_{\text{реж}}) \le G_{\text{реж}} \le G_{\text{реж}}^{\max}(\tau_{\text{реж}})\}$ между кривыми $\Gamma^{\min}$ и $\Gamma^{\max}$ (см. рис. 4).

Для расходных характеристик конкретного ЭУ считаем выполненными соотношения (11), (12). Тогда для МРХ, изображенных на рис. 3, имеем $\left(t^{\text{ЭУ}}_{\nu,\text{нач}}=0\right)$: $\tau_{\text{реж}}\equiv\tau^{\text{ЭУ}}_{\nu,\text{реж}}=\bar{\nu}^{-1}\tau^{\text{ЭУ}}_{0,\text{реж}}$, $G_{\text{реж}}\equiv G^{\text{ЭУ}}_{\nu,\text{реж}}=\bar{\nu}G^{\text{ЭУ}}_{0,\text{реж}}$. Исключая $\bar{\nu}$, получаем кривую $\Gamma: G_{\text{реж}}=G^{\text{ЭУ}}_{0,\text{реж}}\tau^{\text{ЭУ}}_{0,\text{реж}}\tau^{-1}_{\text{реж}}$, являющуюся ветвью гиперболы. Эта гипербола представляет все линейно-постоянные МРХ, описываемые формулой (11) в диапазоне разбросов $0<\bar{\nu}<+\infty$. Если определять номинал по любой другой точке кривой Γ, то, согласно формулам (11), (12), (14), соответствующее семейство МРХ будет описывать та же кривая. Если, сохраняя номинал $\left(\tau^{\text{ЭУ}}_{0,\text{реж}},G^{\text{ЭУ}}_{0,\text{реж}}\right)$, рассмотреть семейство (11) с *другой* прогрессивностью, то ему также будет соответствовать гипербола Γ.

Пересечем область Δ одной из гипербол Γ, полагая, что $P'=\left(\tau^{\min},G^{\min}\right)=\Gamma\cap\Gamma^{\min}$, $P''=\left(\tau^{\max},G^{\max}\right)=\Gamma\cap\Gamma^{\max}$. Если выполнено неравенство $\dfrac{G^{\max}}{G^{\min}}=\dfrac{\tau^{\min}}{\tau^{\max}}\geq\dfrac{\bar{\nu}^{\max}}{\bar{\nu}^{\min}}$, на дуге $P'P''\subset\Gamma$ можно выбрать точку $\left(\tau^{\text{ЭУ}}_{0,\text{реж}},G^{\text{ЭУ}}_{0,\text{реж}}\right)$ таким образом, чтобы $\dfrac{G^{\max}}{G^{\text{ЭУ}}_{0,\text{реж}}}\geq\bar{\nu}^{\max}$, $\dfrac{G^{\text{ЭУ}}_{0,\text{реж}}}{G^{\min}}\geq\bar{\nu}^{\min}$.

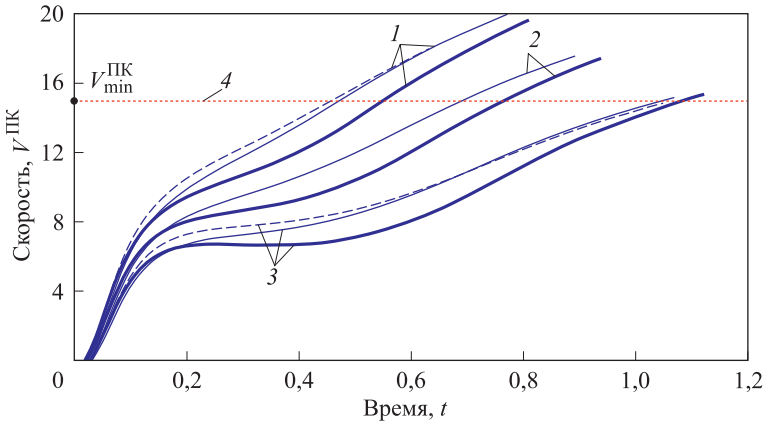
По построению семейство МРХ $\left\{\tau^{\text{ЭУ}}_{\nu,\text{реж}};G^{\text{ЭУ}}_{\nu,\text{реж}};\nu;\kappa\right\}$, где $\bar{\nu}^{\min}\leq$ $\leq\bar{\nu}\leq\bar{\nu}^{\max}$, будет являться допустимым. Пример такого выбора МРХ показан на рис. 4, соответствующие параметры ГДВ приведены на рис. 5 (для сравнения также приведены результаты, полученные для случая $\kappa=4$).

Построение приобретает особую наглядность в координатах $\xi\equiv\lg\tau_{\text{реж}}$, $\eta\equiv\lg G_{\text{реж}}$ (рис. 6), поскольку здесь Γ — прямая $\eta=\lg\left(G^{\text{ЭУ}}_{0,\text{реж}}\tau^{\text{ЭУ}}_{0,\text{реж}}\right)-\xi$. Задача выбора допустимого семейства МРХ сводится к тому, чтобы вписать диагональ прямоугольника

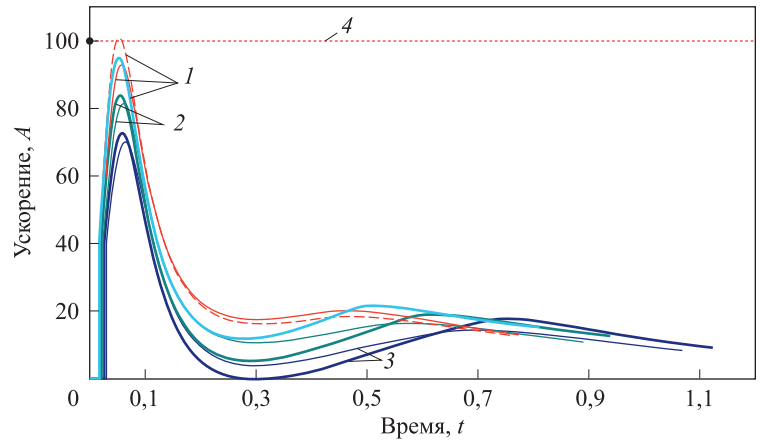
$$\Pi=\left\{(\xi,\eta):\ \xi\in\left[\lg\tau^{\text{ЭУ}}_{0,\text{реж}}-\lg\bar{\nu}^{\max};\lg\tau^{\text{ЭУ}}_{0,\text{реж}}-\lg\bar{\nu}^{\min}\right],\right.$$
$$\left.\eta\in\left[\lg G^{\text{ЭУ}}_{0,\text{реж}}+\lg\bar{\nu}^{\min};\lg G^{\text{ЭУ}}_{0,\text{реж}}+\lg\bar{\nu}^{\max}\right]\right\}$$

между кривыми $\Gamma^{\min}$, $\Gamma^{\max}$.

На рис. 4–6 наглядно показано влияние прогрессивности ЭУ на возможность выбора МРХ с заданными разбросами $\bar{\nu}^{\min}\leq\bar{\nu}\leq\bar{\nu}^{\max}$. Для $\kappa=4$ имеет место некоторое нарушение ограничений $V^{\text{ПК}}_{\min}$ и $A^{\max}$, тогда как для $\kappa=5$ построение выполняется с большим запасом.



а



б

Рис. 5. Скорость (*а*) и ускорение (*б*) ЛА при движении в ПК: *1* — максимальный режим (ν=+20 %); *2* — номинальный режим ЭУ; *3* — минимальный режим (ν=−20 %) (штриховыми линиями обозначено к=4, тонкими сплошными — к=5, жирными сплошными — внутрибаллистический расчет МРХ); *4* — ограничение на максимальное ускорение ЛА

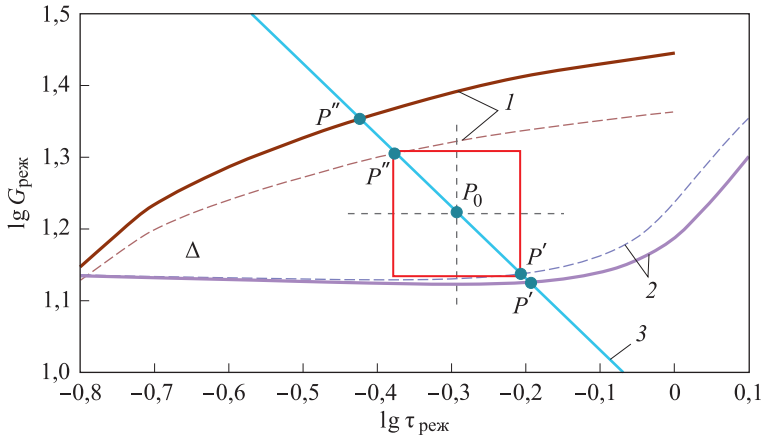


Рис. 6. Геометрическая интерпретация метода выбора МРХ ЭУ в логарифмических координатах:

1 — зависимости Γ^{max}; *2* — зависимости Γ^{min} (жирными сплошными линиями обозначено $\kappa=5$, тонкими сплошными — $\kappa=4$); *3* — прямая, определяющая семейство МРХ

Теоретическая реализация внутрибаллистических параметров для линейно-постоянных массорасходных характеристик ЭУ. Итогом построений, выполненных выше (см. рис. 4, 6), стала номинальная МРХ $\{0{,}50; 17{,}0; 0{,}5\}$. Она полностью построена на рис. 7 (кривая *1*, штриховая линия). Продемонстрируем возможность реализации этой МРХ в ЭУ с моноблочным цилиндрическим зарядом [28, 31].

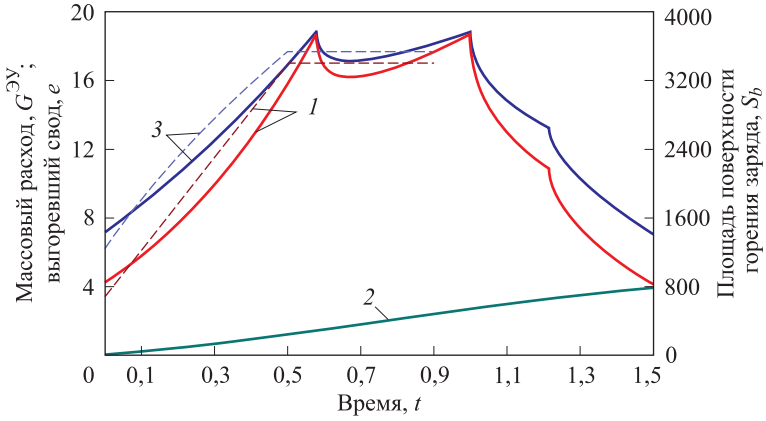


Рис. 7. Результат внутрибаллистического расчета энергоустройств (ЭУ):

1 — массовый расход ЭУ; *2* — выгоревший свод; *3* — площадь поверхности горения (штриховыми линиями обозначен расчет по теоретической МРХ, сплошными — расчет разгорания заряда)

Используя простейшую математическую модель расчета внутрибаллистических параметров ЭУ [21], приравняем массовый расход (4) через критическое сечение сопла массовой скорости уноса топлива с текущей площади поверхности горения заряда $S_b(e)$, где e — толщина выгоревшего слоя (свода) заряда. Ввиду малого объема свободного пространства КС сделанное предположение очень хорошо выполняется, его следствием является уравнение Бори [21]

$$G^{\text{ЭУ}}(t)=\varphi_{\text{ист}}^{\text{ЭУ}}B\left(\gamma_{\text{КС}}^{\text{ЭУ}}\right)\frac{p_{\text{КС}}^{\text{ЭУ}}(t)\Sigma_{кр}^{\text{ЭУ}}}{\sqrt{R_{\text{КС}}^{\text{ЭУ}}T_{\text{КС}}^{\text{ЭУ}}}}=\rho_{\text{тв}}u_{\text{гор}}\left(p_{\text{КС}}^{\text{ЭУ}}\right)S_b(e). \qquad (15)$$

Здесь $\rho_{\text{тв}}$ — плотность твердого топлива; $u_{\text{гор}}\left(p_{\text{КС}}^{\text{ЭУ}}\right)$ — зависимость скорости горения твердого топлива от давления в КС, которую примем в следующем виде:

$$u_{\text{гор}}\left(p_{\text{КС}}^{\text{ЭУ}}\right)=u_{\text{ном}}\left(\frac{p_{\text{КС}}^{\text{ЭУ}}}{p_{\text{ном}}}\right)^{\nu_{\text{гор}}}, \qquad (16)$$

где $u_{\text{ном}}$, $p_{\text{ном}}$, $\nu_{\text{гор}}$ — номинальные значения скорости горения, давления в КС и показателя скорости горения топлива.

Считая МРХ заданной, определяем по формуле (15) зависимость $p_{\text{КС}}^{\text{ЭУ}}(t)$, затем соответствующую зависимость $u_{\text{гор}}(t)$ по формуле (16). После этого по формуле (15) вычисляем зависимость $S_b(t)$ (см. рис. 7, кривая *3*, штриховая линия). Интегрируя соотношение $de/dt=u_{\text{гор}}(t)$, получаем зависимость от времени толщины выгоревшего свода $e(t)$, что позволяет перестроить зависимость $S_b(t)$ в функцию от e.

Используя предположение о геометрическом характере разгорания заряда твердого топлива [21, 27, 31], воспроизведем требуемую зависимость $S_b(e)$ с помощью цилиндрического заряда с внутренними каналами, забронированного по внешней боковой поверхности и торцам. Конфигурация заряда приведена на рис. 8, где показан сектор заряда с углом раствора 60°. В результате вычислений по программе расчета «плоской» задачи [31] была получена зависимость $S_b(e)$, которая представлена на рис. 7 параметрически сплошными кривыми *2* $\left(e(t)\right)$ и *3* $\left(S_b(t)\right)$.

Далее выполняем обратную процедуру. Из соотношений (15), (16) находим выражение для давления в КС [21]

$$p_{\text{КС}}^{\text{ЭУ}}(e)=\left(\frac{\rho_{\text{тв}}u_{\text{ном}}\sqrt{R_{\text{КС}}^{\text{ЭУ}}T_{\text{КС}}^{\text{ЭУ}}}}{\varphi_{\text{ист}}^{\text{ЭУ}}B\left(\gamma_{\text{КС}}^{\text{ЭУ}}\right)\Sigma_{\text{кр}}^{\text{ЭУ}}p_{\text{ном}}^{\nu_{\text{гор}}}}S_b(e)\right)^{1/(1-\nu_{\text{гор}})}, \qquad (17)$$

интегрируем соотношение $de/dt=u_{\text{гор}}\left(p_{\text{КС}}^{\text{ЭУ}}(e)\right)$. Получив соответствующую зависимость $e(t)$, находим по соотношениям (15)–(17) необходимые параметры. Вычисленному таким образом графику МРХ ЭУ $G^{\text{ЭУ}}(t)$ на рис. 7 соответствует сплошная кривая *1*, выбранная в качестве номинальной МРХ ЭУ. Для нее были проведены расчеты параметров ГДВ по уравнениям (1)–(6). Разбросы МРХ от номинала были приняты также $-20\ \%\le\nu\le 20\ \%$. Соответствующие результаты расчетов скорости и ускорения ЛА в ПК (см. рис. 5) позволяют заключить, что переход от теоретической линейно-постоянной МРХ к реальной расчетной МРХ ЭУ с твердотопливным зарядом не нарушает требования к параметрам ГДВ ЛА из ПК.

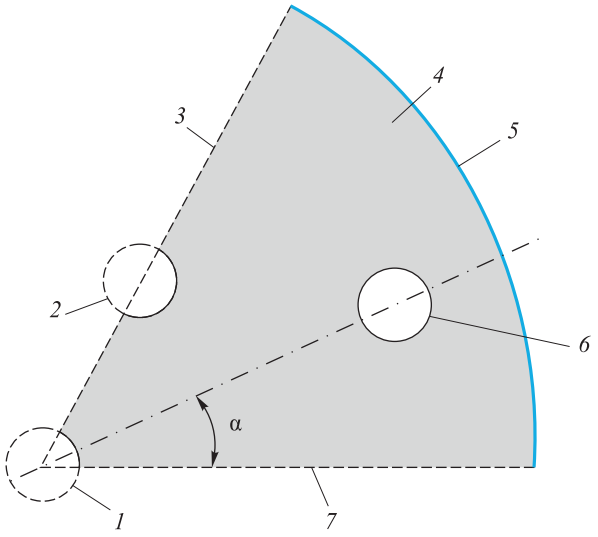


Рис. 8. Фрагмент (1/6) поперечного сечения цилиндрического заряда:
1, *2*, *6* — внутренние каналы; *3*, *7* — линии симметрии; *4* — твердое топливо; *5* — бронировка по внешней боковой поверхности

Заключение. В работе предложена и обоснована теория определения массорасходных характеристик ЭУ, проектируемых с целью осуществления газодинамического выброса ЛА из пускового контейнера с заданными ограничениями на параметры. Разработана геометрическая интерпретация метода определения МРХ, позволяющая

элементарно выполнить анализ разрешимости задачи при поставленных ограничениях и выбрать любое из возможных ее решений.

Правильность выбора теоретических МРХ подтверждают расчеты параметров ГДВ. Их реализуемость продемонстрирована на примере приближенного воспроизведения теоретической МРХ посредством подходящего выбора параметров твердотопливного цилиндрического заряда с внутренними каналами. Представлены результаты расчета разгара заряда, внутрибаллистического расчета ЭУ и расчета параметров ГДВ. По их результатам можно заключить, что переход от теоретической линейно-постоянной МРХ к реальной расчетной МРХ ЭУ с твердотопливным зарядом не нарушает требования к параметрам ГДВ ЛА из ПК.

ЛИТЕРАТУРА

[1] Железняков А.Б. *100 лучших ракет СССР и России*. Москва, Яуза-пресс, 2016, 152 с.

[2] Апальков Ю.В., Мант Д.И., Мант С.Д. *Отечественные баллистические ракеты морского базирования и их носители*. Санкт-Петербург, Галея Принт, 2006, 216 с.

[3] *Морские стратегические ракетные комплексы*. Москва, Военный парад, 2011, 268 с.

[4] *60 лет самоотверженного труда во имя мира*. Москва, Издательский дом «Оружие и технологии», 2004, 332 с.

[5] Дегтярь В.Г., Пегов В.И. *Гидродинамика подводного старта ракет*. Москва, Машиностроение, 2009, 448 с.

[6] Конюхов С.Н., Логачев П.П. *Минометный старт межконтинентальных баллистических ракет*. Днепропетровск, НАН, НКА Украины, Институт технической механики, ГКБ «Южное», 1997, 211 с.

[7] Арзуманов Ю.Л., Халатов Е.М., Чекмазов В.И., Чуканов К.П. *Математические модели систем пневмоавтоматики*. Москва, Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2009, 296 с.

[8] Соколовский М.И., Петренко В.И., Зыков Г.А., Лянгузов С.В., Тодощенко А.И., Попов В.Л. и др. *Управляемые энергетические установки на твердом ракетном топливе*. Москва, Машиностроение, 2003, 464 с.

[9] Гладков Л.А., Курейчик В.В., Курейчик В.М., Сорокалетов П.В. *Биоинспирированные методы в оптимизации*. Москва, Физматлит, 2009, 381 с.

[10] Димитриенко Ю.И., Коряков М.Н., Захаров А.А., Строганов А.С. Численное моделирование сопряженных аэрогазодинамических и термомеханических процессов в композитных конструкциях высокоскоростных летательных аппаратов. *Математическое моделирование и численные методы*, 2014, № 3 (3), с. 3–24.

[11] Димитриенко Ю.И., Кулагин Ю.А., Ярмола А.П. Моделирование газодинамических процессов в камерах сгорания двигателей с анизотропными твердыми топливами. *Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Естественные науки*, 2011. *Спец. выпуск «Математическое моделирование»*, с. 100–109.

[12] Котенев В.П., Сысенко В.А. Аналитические формулы повышенной точности для расчета распределения давления на поверхности выпуклых затупленных тел вращения произвольного очертания. *Математическое моделирование и численные методы*, 2014, № 1 (1), с. 68–81.

[13] Плюснин А.В., Бондаренко Л.А. Способы крупномасштабного моделирования систем газодинамического выброса. *Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Естественные науки*, 2012. Спец. выпуск № 4 «Математическое моделирование», с. 111–122.

[14] Ефремов Г.А., Минасбеков Д.А., Модестов В.А., Страхов А.Н., Бондаренко Л.А., Якимов Ю.Л., Плюснин А.В., Крупчатников И.В., Соколов П.М., Говоров В.В. *Способ имитации условий старта ракеты из подводной лодки и система для его осуществления*. Пат. Российская Федерация № 2082936, Бюл. № 18, Опубл. 27.06.1997.

[15] Плюснин А.В., Сабиров Ю.Р., Бондаренко Л.А., Соколов П.М., Говоров В.В. *Способ имитации условий минометного старта ракеты из подводной лодки и система для его осуществления*. Пат. Российская Федерация № 2482425, Бюл. № 14, Опубл. 20.05.2013.

[16] Сабиров Ю.Р., Плюснин А.В., Бондаренко Л.А., Бондырев А.А., Соколов П.М., Резников Г.С., Коростелев А.В. *Способ имитации условий старта ракеты из пусковой установки подводной лодки в наземных условиях и система для его осуществления*. Пат. Российская Федерация № 2569203, Опубл. 20.11.2015.

[17] Плюснин А.В., Бондаренко Л.А., Сабиров Ю.Р. Анализ газогидродинамических процессов и методов их расчета на основе опыта предприятия в отработке подводного минометного старта. *Ракетные комплексы и ракетно-космические системы — проектирование, экспериментальная отработка, летные испытания, эксплуатация. Труды секции 22 им. акад. В.Н. Челомея XXXIX Академических чтений по космонавтике*. Реутов, 2015, с. 74–83.

[18] Плюснин А.В., Сабиров Ю.Р. Некоторые теоретические аспекты проектирования газодинамического выброса ЛА. *Сб. тезисов XLI Академических чтений по космонавтике*. Москва, Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2017, с. 515.

[19] Плюснин А.В. Учет эффекта вторичного догорания при расчетах систем газодинамического выброса летательного аппарата. *Математическое моделирование и численные методы*, 2014, № 3 (3), с. 55–73.

[20] Плюснин А.В. Восстановление параметров движения летательного аппарата по данным их дискретной регистрации. В 2 ч. *Математическое моделирование и численные методы*, 2016, № 1 (9), с. 68–88; № 2 (10), с. 39–54.

[21] Соркин Р.Е. *Теория внутрикамерных процессов в ракетных системах на твердом топливе: внутренняя баллистика*. Москва, Наука, 1983, 288 с.

[22] Плюснин А.В. Моделирование внутреннего и внешнего нестационарного взаимодействия корпуса летательного аппарата с жидкостью методом граничных элементов. *Математическое моделирование и численные методы*, 2014, № 2, с. 77–100.

[23] Ефремов Г.А., Страхов А.Н., Минасбеков Д.А., Горлашкин А.А., Плюснин А.В., Соколов П.М., Бондаренко Л.А., Говоров В.В. Отработка газодинамики подводного старта на наземном газодинамическом стенде предприятия. *Ракетные комплексы и ракетно-космические системы — проектирование, экспериментальная отработка, летные испытания, эксплуатация. Труды секции 22 им. акад. В.Н. Челомея XXXVIII Академических чтений по космонавтике*. Реутов, 2014, с. 65–74.

[24] Плюснин А.В., Бондаренко Л.А. Анализ результатов газодинамических испытаний с учетом явления вторичного догорания. *Ракетные комплексы и ракетно-космические системы — проектирование, экспериментальная отработка, летные испытания, эксплуатация. Труды секции 22 им. акад. В.Н. Челомея XXXIX Академических чтений по космонавтике*. Реутов, 2015, с. 94–101.

[25] Лаврентьев М.А., Шабат Б.В. *Методы теории функций комплексного переменного*. Москва, Наука, 1987, 688 с.

[26] Алашеев В.И., Давтян А.А., Плюснин А.В., Сабиров Ю.Р. Анализ условий обеспечения допустимых нагрузок и безударного выхода изделия из пусковой установки. *Сб. Аэрокосмические технологии: науч. мат. Третьей междунар. научн.-техн. конф., посвященной 100-летию со дня рождения акад. В.Н. Челомея.* Москва, Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2014, с. 163–164.

[27] Ерохин Б.Т. Теория и проектирование ракетных двигателей. Санкт-Петербург, Лань, 2015, 608 с.

[28] Алиев А.В., Амарантов Г.Н., Ахмадеев В.Ф., Бабук В.А., Бурский Г.В. *Внутренняя баллистика РДТТ*. Москва, Машиностроение, 2007, 504 с.

[29] Ван дер Варден Б.Л. *Алгебра*. Москва, Наука, 1979, 624 с.

[30] Olver P.J. *Applications of Lie Groups to Differential Equations*. New-York, Springer-Verlag, 1986, 639 p.

[31] Плюснин А.В. Способ расчета площади поверхности горения пространственного твердотопливного заряда. *Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Естественные науки*, 2012. *Спец. выпуск № 3 «Математическое моделирование»*, 2012, с. 86–95.

Статья поступила в редакцию 29.01.2017

Ссылку на эту статью просим оформлять следующим образом:

Плюснин А.В. Моделирование массорасходных характеристик энергоустройств, обеспечивающих газодинамический выброс летательного аппарата с заданными параметрами. *Математическое моделирование и численные методы*, 2017, № 1, с. 55–77.

Плюснин Андрей Владимирович окончил Днепропетровский государственный университет по специальности «Гидроаэродинамика» и аспирантуру кафедры «Волновая и газовая динамика» МГУ им. М.В. Ломоносова. Канд. физ.-мат наук, доцент-совместитель кафедры «Вычислительная математика и математическая физика» МГТУ им. Н.Э. Баумана, заместитель начальника отдела АО «ВПК «НПО машиностроения». Автор порядка 30 работ по нестационарным задачам гидрогазодинамики и теории упругости. e-mail: andrey.plusnin@gmail.com

Simulating mass-consuming characteristics of power devices providing gas-dynamic ejection of the flying vehicle with setup parameters

© A.V. Plyusnin

Bauman Moscow State Technical University, Moscow, 105005, Russia

The article introduces and provides a rationale for the mathematical theory which defines the mass-consuming characteristics of the power devices designed for providing the gas-dynamic ejection of the flying vehicle from the launcher-container with the set-up restrictions on parameters. We present a visual geometrical interpretation of the offered method. The calculations of the gas-dynamic emission parameters and the intraballistic computation of the power device with the propellant grain operation confirm the correctness of the theoretical constructions and their practical feasibility.

Keywords: *gas-dynamic ejection, launcher-container, flying vehicle*

REFERENCES

[1] Zheleznyakov A.B. *100 luchshikh raket SSSR i Rossii* [100 best rockets of the USSR and Russia]. Moscow, Yauza-press Publ., 2016, 152 p.

[2] Apalkov Yu.V., Mant D.I., Mant S.D. *Otechestvennyye ballisticheskiye rakety morskogo bazirovaniya i ikh nositeli* [National sea-launched ballistic missiles and their carriers]. St. Petersburg, Galeya Print Publ., 2006, 216 p.

[3] *Morskiye strategicheskiye raketnye kompleksy* [Marine strategic missile system]. Moscow, Voyennyy parad Publ., 2011, 268 p.

[4] *60 let samootverzhennogo truda vo imia mira* [60 years of selfless labour for the sake of peace]. Moscow, Arms and Technologies Publ., 2004, 332 p.

[5] Degtyar V.G., Pegov V.I. *Gidrodinamika podvodnogo starta raket* [Hydrodynamics of the submarine missile takeoff]. Moscow, Mashinostroeniye Publ., 2009, 448 p.

[6] Konyukhov S.N., Logachev P.P. *Minometnyy start mezhkontinentalnykh ballisticheskikh raket* [Mortar blast-off of intercontinental ballistic missiles]. Dnepropetrovsk, National Academy of Sciences Publ., Space Agency of Ukraine Publ., Institute of Technical Mechanics Publ., design office "Yuzhnoye", 1997, 211 p.

[7] Arzumanov Yu.L., Khalatov E.M., Chekmazov V.I., Chukanov K.P. *Matematicheskiye modeli sistem pnevmoavtomatiki* [Mathematical models of pneumatic control systems]. Moscow, BMSTU Publ., 2009, 296 p.

[8] Sokolovskiy M.I., Petrenko V.I., Zykov G.A., Lyanguzov S.V., Todoshchenko A.I., Popov V.L. et al. *Upravlyayemyye energeticheskiye ustanovki na tverdom raketnom toplive* [Controlled solid propellant power generation systems]. Moscow, Mashinostroeniye Publ., 2003, 464 p.

[9] Gladkov L.A., Kureychik V.V., Kureychik V.M., Sorokaletov P.V. *Bioinspirirovannye metody v optimizatsii* [Bioinspired methods of optimization]. Moscow, Fizmatlit Publ., 2009, 381 p.

[10] Dimitriyenko Yu.I., Koryakov M.N., Zakharov A.A., Stroganov A.S. *Matematicheskoe modelirovaniye i chislennye metody — Mathematical Modeling and Computational Methods*, 2014, no. 3 (3), pp. 3–24.

[11] Dimitriyenko Yu.I., Kulagin Yu.A., Yarmola A.P. *Vestnik MGTU im. N.E. Baumana. Ser. Yestestvennye nauki. Spets. vypusk "Matematicheskoye modelirovaniye" — Herald of Bauman Moscow State Technical University, Series Natural Sciences. Spec. issue "Mathematical Modeling"*, 2011, pp. 100–109.

[12] Kotenev V.P., Sysenko V.A. *Matematicheskoye modelirovaniye i chislennye metody — Mathematical Modeling and Computational Methods*, 2014, no. 1 (1), pp. 68–81.

[13] Plyusnin A.V., Bondarenko L.A. *Vestnik MGTU im. N.E. Baumana. Ser. Yestestvennyye nauki. Spets. vypusk "Matematicheskoye modelirovaniye" — Herald of Bauman Moscow State Technical University, Series Natural Sciences. Spec. issue "Mathematical Modeling"*, 2012, no. 4, pp. 111–122.

[14] Yefremov G.A., Minasbekov D.A., Modestov V.A., Strakhov A.N., Bondarenko L.A., Yakimov Yu.L., Plyusnin A.V., Krupchatnikov I.V., Sokolov P.M., Govorov V.V. *Sposob imitatsii usloviy starta rakety iz podvodnoy lodki i sistema dlya yego osushchestvleniya* [The way of simulating the conditions of the submarine missile takeoff and the system for its realization]. Patent RF, no. 2082936, 27.06.1997.

[15] Plyusnin A.V., Sabirov Yu.R., Bondarenko L.A., Sokolov P.M., Govorov V.V. *Sposob imitatsii usloviy minometnogo starta rakety iz podvodnoy lodki i sistema dlya yego osushchestvleniya* [The way of simulating the conditions of the mortar

submarine missile takeoff and the system for its realization]. Patent RF, no. 2482425, 20.05.2013.

[16] Sabirov Yu.R., Plyusnin A.V., Bondarenko L.A., Bondyrev A.A., Sokolov P.M., Reznikov G.S., Korostelev A.V. *Sposob imitatsii usloviy starta rakety iz puskovoy ustanovky podvodnoy lodki v nazemnykh usloviyakh i sistema dlya yego osushchestvleniya* [The way of simulating the conditions of missile takeoff from the submarine launcher in terrestrial conditions and the system for its realization]. Patent RF, no. 2569203, 20.11.2015.

[17] Plyusnin A.V., Bondarenko L.A., Sabirov Yu.R. Analiz gazogidrodinamicheskikh protsessov i metodov ikh rascheta na osnove opyta predpriyatiya v otrabotke podvodnogo minometnogo starta [Analysis of gas and hydro dynamic processes and their calculating methods on the basis of the enterprise experiments in underwater mortar launch tests]. *Raketnyye kompleksy i raketno-kosmicheskiye sistemy — proyektirovaniye, eksperimentalnaya otrabotka, letnyye ispytaniya, ekspluatatsiya. Trudy sektsii 22 im. akad. V.N. Chelomeya XXXIX Akademicheskikh chteniy po kosmonavtike* [Rocket and space-rocket systems — designing, experimental tests, flight tests, exploitation. Proceedings of the 22nd section named after acad. V.N. Chelomei of the XXXIX Academic Space Technology Readings]. Reutov, 2015, pp. 74–83.

[18] Plyusnin A.V., Sabirov Yu.R. Nekotorye teoreticheskie aspekty proektirovaniia gazodinamicheskogo vybrosa LA [Some theoretical aspects of the flying vehicle gas-dynamic ejection design]. *Sb. tezisov XLI Akademicheskikh chteniy po kosmonavtike* [Proceedings of the XLI Academic Space Technology Readings]. Moscow, BMSTU Publ., 2017, p. 515.

[19] Plyusnin A.V. *Matematicheskoye modelirovaniye i chislennye metody — Mathematical Modeling and Computational Methods*, 2014, no. 3 (3), pp. 55–73.

[20] Plyusnin A.V. *Matematicheskoye modelirovaniye i chislennye metody — Mathematical Modeling and Computational Methods*, 2016, no. 1 (9), pp. 68–88; no. 2 (10), pp. 39–54.

[21] Sorkin R.E. *Teoriya vnutrikamernykh protsessov v raketnykh sistemakh na tverdom toplive: vnutrennyaya ballistika* [The theory of intrachamber processes in the solid propellant rocket systems: internal ballistics]. Moscow, Nauka Publ., 1983, 288 p.

[22] Plyusnin A.V. *Matematicheskoye modelirovaniye i chislennyye metody — Mathematical Modeling and Computational Methods,* 2014, no. 2, pp. 77–100.

[23] Efremov G.A., Strakhov A.N., Minasbekov D.A., Gorlashkin A.A., Plyusnin A.V., Sokolov P.M., Bondarenko L.A., Govorov V.V. Otrabotka gazodinamiki podvodnogo starta na nazemnom gazodinamicheskom stende predpriyatiya [Underwater launch gas dynamic tests on the ground gas dynamics ground test bench of the enterprise]. *Raketnye kompleksy i raketno-kosmicheskie sistemy — proektirovanie, eksperimentalnaya otrabotka, letnye ispytaniya, ekspluatatsiya. Trudy sektsii 22 im. akad. V.N. Chelomeya XXXVIII Akademicheskikh chteniy po kosmonavtike* [Rocket and space-rocket systems — designing, experimental tests, flight tests, exploitation. Proc. of the 22nd section acad. V.N. Chelomei of XXXVIII Academic Space Technology Readings]. Reutov, 2014, pp. 65–74.

[24] Plyusnin A.V., Bondarenko L.A. Analiz rezultatov gazodinamicheskkhi ispytaniy s uchetom yavleniya vtorichnogo dogoraniya [An Analysis of Results of Gas Dynamical Tests with Consideration of the Secondary Combustion Effect]. *Raketnye kompleksy i raketno-kosmicheskie sistemy — proektirovanie, eksperimentalnaya otrabotka, letnye ispytaniya, ekspluatatsiya. Trudy sektsii 22 im. akad. V.N. Chelomeya XXXIX Akademicheskikh chteniy po kosmonavtike*

[Rocket and space-rocket systems — designing, experimental tests, flight tests, exploitation. Proc. of the 22nd section acad. V.N. Chelomei of XXXIX Academic Space Technology Readings]. Reutov, 2015, pp. 94–101.

[25] Lavrentyev M.A., Shabat B.V. *Metody teorii funktsii kompleksnogo peremennogo* [Complex variable theory methods]. Moscow, Nauka Publ., 1987, 688 p.

[26] Alasheev V.I., Davtyan A.A., Plyusnin A.V., Sabirov Yu.R. Analiz usloviy obespecheniya dopustimykh nagruzok i bezudarnogo vykhoda izdeliya iz puskovoy ustanovki [Analysis of conditions to ensure permissible loads and shock-free release of the product launcher]. *Aerokosmicheskiye tekhnologii: Nauchnyye materialy Tret'yey mezhdunarodnoy nauchno-tekhnicheskoy konferentsii, posvyashchennoy 100-letiyu so dnya rozhdeniya akademika V.N. Chelomeya* [Aerospace Technologies: Research materials of the Third International Scientific Conference dedicated to the 100th anniversary of the birth of Academician V.N. Chelomey]. Moscow, BMSTU Publ., 2014, pp. 163–164.

[27] Yerokhin B.T. *Teoriya i proyektirovaniye raketnykh dvigateley* [Rocket engines theory and design]. St. Petersburg, Lan Publ., 2015, 608 p.

[28] Aliyev A.V., Amarantov G.N., Akhmadeyev V.F., Babuk V.A., Burskiy G.V. *Vnutrennyaya ballistika RDTT* [Internal ballistics of the solid-propellant rocket engine]. Moscow, Mashinostroeniye Publ., 2007, 504 p.

[29] Van der Varden B.L. Algebra [Algebra]. Moscow, Nauka Publ., 1979, 624 p.

[30] Olver P.J. *Applications of Lie Groups to Differential Equations*. New-York, Springer-Verlag, 1986, 639 p.

[31] Plyusnin A.V. *Vestnik MGTU im. N.E. Baumana. Ser. Yestestvennyye nauki. Spets. vypusk "Matematicheskoye modelirovaniye" — Herald of Bauman Moscow State Technical University. Series Natural Sciences. Spec. issue "Mathematical Modeling"*, 2012, no. 3, pp. 86–95.

Plyusnin A.V. graduated from Dnepropetrovsk State University, majoring in Aerohydrodynamics and obtained a degree in the Department of Wave and Gas Dynamics, Lomonosov Moscow State University. Cand. Sci. (Phys. & Math.), Assoc. Professor of the Computational Mathematics and Mathematical Physics Department at the Bauman Moscow State Technical University, Deputy Director of the Department in at JSC "MIC "Mashinostroeniya". Author of approximately 30 publications in the field of nonstationary problems of hydrodynamics, gasdynamics and theory of elasticity.
e-mail: andrey.plusnin@gmail.com