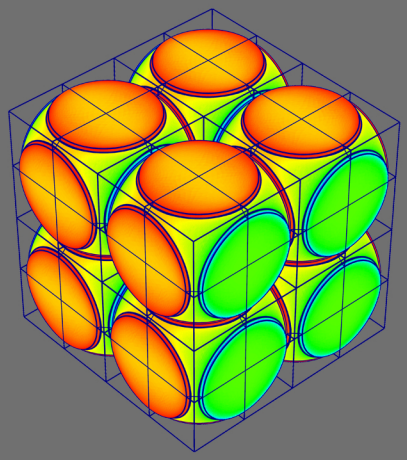
ISSN 2309-3684



Математическое моделирование и численные методы

Дубровин В. М., Бутина Т. А. Моделирование динамической устойчивости цилиндрической оболочки при циклическом осевом воздействии. Математическое моделирование и численные методы, 2016, №3 (11), с. 24-32

Источник: https://mmcm.bmstu.ru/articles/106/

Параметры загрузки:
IP: 216.73.216.140
11.11.2026 10:00:15

УДК 539.3

Моделирование динамической устойчивости цилиндрической оболочки при циклическом осевом воздействии

© В.М. Дубровин, Т.А. Бутина

МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, 105005, Россия

Предложен метод расчета динамической устойчивости цилиндрической оболочки при нагружении ее осевой сжимающей нагрузкой, изменяющейся во времени, и осевой циклической нагрузкой, которая изменяется по определенному закону. В качестве примера рассмотрены случаи осевой нагрузки, меняющейся по линейному закону, и циклической нагрузки, которая меняется по гармоническому закону. Для циклического нагружения приведена диаграмма Айнса — Стретта, определяющая области устойчивости и неустойчивости колебаний оболочки.

Ключевые слова: *цилиндрическая оболочка, прогиб, равновесное положение, диаграмма, коэффициент динамичности, область устойчивости, область неустойчивости, параметрический резонанс.*

Введение. Рассмотрим динамическую устойчивость цилиндрической оболочки, находящейся под действием либо осевой сжимающей нагрузки, изменяющейся во времени, либо осевой циклической нагрузки, изменяющейся по определенному закону. Если при этом рассматривать прогибы оболочки, сравнимые с ее толщиной, то задачу следует решать в нелинейной постановке.

Сопоставляя прогибы оболочки при динамическом и статическом нагружении, можно оценить влияние динамики нагружения на устойчивость оболочки. В качестве такой оценки может служить коэффициент динамической нагрузки.

Метод решения систем динамических уравнений устойчивости цилиндрической оболочки. В соответствии с общей теорией тонких оболочек исходные уравнения нелинейной теории для оценки динамической устойчивости цилиндрической оболочки имеют вид [1–10]:

- для изотропной оболочки:

$$\begin{gathered}\frac{D}{\delta}\nabla^4\left(w-w_0\right)=L\left(w,\Phi\right)+\frac{1}{R}\frac{\partial^2\Phi}{\partial x^2}+\frac{q}{\delta}-\frac{\gamma_1}{g}\frac{\partial^2 w}{\partial t^2},\\ \frac{1}{E}\nabla^4\Phi=-\frac{1}{2}\left[L\left(w,\,w\right)-L\left(w_0,\,w_0\right)\right]-\frac{1}{R}\frac{\partial^2\left(w-w_0\right)}{\partial x^2};\end{gathered}\qquad(1)$$

- для конструктивно ортотропной оболочки:

$$\nabla_D^4\left(w-w_0\right)=L\left(w,\,\Phi\right)+\frac{1}{R}\frac{\partial^2\Phi}{\partial x^2}+\frac{q}{\delta}-\frac{\gamma_1}{g}\frac{\partial^2 w}{\partial t^2},$$

$$\nabla_h^4\Phi = -\frac{1}{2}\left[L(w,\, w) - L(w_0,\, w_0)\right] - \frac{1}{R}\frac{\partial^2(w - w_0)}{\partial x^2}. \qquad (2)$$

Здесь $D = \dfrac{E\delta^3}{12(1-\mu^2)}$ — цилиндрическая жесткость оболочки; $L(w,w) = 2\left[\dfrac{\partial^2 w}{\partial x^2}\dfrac{\partial^2 w}{\partial y^2} - \left(\dfrac{\partial^2 w}{\partial x \partial y}\right)^2\right]$; $L(w,\Phi) = \dfrac{\partial^2 w}{\partial x^2}\dfrac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2} + \dfrac{\partial^2 w}{\partial y^2}\dfrac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} -$

$- 2\dfrac{\partial^2 w}{\partial x \partial y}\dfrac{\partial^2 \Phi}{\partial x \partial y}$; w, w_0 — полный и начальный прогиб оболочки; δ — толщина оболочки; Φ — функция напряжений; γ_1 — удельный вес материала оболочки; q — интенсивность действующей поперечной нагрузки; R — радиус оболочки.

Уравнения (1) и (2) позволяют оценить устойчивость оболочки при динамическом нагружении, соответствующем различным расчетным случаям.

На основании формул (1) и (2) получим уравнение, связывающее параметры прогиба с изменяющейся во времени нагрузкой [11–13]:

$$\bar{q} = c_0\left(1 - \frac{\xi_0}{\xi}\right) + c_1\left(\xi^2 - \xi_0^2\right) + c_2\left(\xi^2 - \xi_0^2\right)\psi^2 - c_3(\xi - \xi_0)\psi + \\ + c_4\frac{1}{\xi}\frac{d^2\xi}{dt^2} - c_5\frac{\xi^2 - \xi_0^2}{\xi}\psi. \qquad (3)$$

Здесь $c_0 = \dfrac{\xi_m^2}{(1+\xi_m^2)\eta} + \dfrac{1}{12(1-\mu^2)}\dfrac{(1+\xi_m^2)^2}{\xi_m^2}\eta$; $c_1 = \dfrac{1}{16}\dfrac{1+\xi_m^4}{\xi_m^2}\eta$; $c_2 =$

$= \xi_m^2\left[\dfrac{1}{(1+\xi_m^2)^2} + \dfrac{1}{(1+9\xi_m^2)^2}\right]\eta$; $c_3 = \dfrac{1}{4\xi_m^2}\left[1 + \dfrac{4\xi_m^4}{(1+\xi_m^2)^2}\right]$; $c_4 = \dfrac{\gamma R^2}{Eg\eta}\dfrac{1}{\xi_m^2}$;

$c_5 = \dfrac{\xi_m^2}{(1+\xi_m^2)^2}$; $\bar{q} = \dfrac{qR}{E\delta}$; $\xi_m = \dfrac{m\pi R}{l} = \dfrac{\alpha_m}{\beta}$; $\bar{\xi} = \dfrac{f}{\delta}$; $\xi_0 = \dfrac{f_0}{\delta}$, где ψ, f, f_0 — параметры, определяющие полный и начальный прогиб оболочки в виде $w = f\left(\sin\alpha\, x \sin\beta y + \psi\sin^2\alpha\, x + \varphi\right)$, $w_0 = f_0\left(\sin\alpha\, x \sin\beta y + \right.$ $\left. + \psi\sin^2\alpha\, x + \varphi\right)$; $\alpha = \pi / l$; $\beta = n / R$; l — длина оболочки; n — число полуволн в окружном направлении; $\eta = n^2(\delta / R)$; m — число полуволн в продольном направлении.

Исключим из уравнения (3) инерционный член и положим $\xi_0 = 0$. Получим статическое решение для идеальной оболочки:

$$\bar{q}_b = \frac{1}{12\left(1-\mu^2\right)} \frac{\left(1+\xi_m^2\right)^2}{\xi_m^2} \eta + \frac{\xi_m^2}{\left(1+\xi_m^2\right)\eta}.$$

Положим $q = st$ и обозначим $\bar{t} = \dfrac{stR}{E\delta\bar{q}_b}$, $s^* = \bar{q}_b \eta \xi^2 \left(\dfrac{\delta}{R}\right)^2 \left(\dfrac{cE}{Rs}\right)^2$.

Тогда уравнение (3) можно представить в виде:

$$\frac{1}{s^*}\frac{d^2\xi}{d\bar{t}^2} - \left\{ \begin{array}{l} \left(\bar{t} - \dfrac{\xi-\xi_0}{\xi}\right)\xi - \dfrac{1}{16\bar{q}_b}\eta\dfrac{1+\xi^4}{\xi^2}\left(\xi^3 - \xi\xi_0^2\right) - \\ -\dfrac{\xi^2\eta}{\bar{q}_0}\left[\dfrac{1}{\left(1+\xi^2\right)} + \dfrac{1}{\left(1+g\xi^2\right)^2}\right]\left(\xi^3 - \xi\xi_0^2\right)\psi^2 + \\ +\dfrac{1}{4\xi^2\bar{q}_b}\left[1 + \dfrac{4\xi^4}{\left(1+\xi^2\right)^2}\right]\psi\left(\xi-\xi_0\right)\xi + \dfrac{\xi^2}{\left(1+\xi^2\right)^2}\dfrac{1}{\bar{q}_b}\left(\xi^2 - \xi_0^2\right)\psi \end{array} \right\} = 0. \tag{4}$$

Уравнение (4) может быть проинтегрировано численным методом. После этого могут быть определены критические сжимающие усилия, соответствующие заданному воздействию, их сравнивают с критическими нагрузками при статическом нагружении [14].

Устойчивость оболочки при действии осевой циклической нагрузки. Аналогично можно оценить динамику воздействия на несущую способность оболочки в случае, когда осевая динамическая нагрузка имеет циклический характер. При этом следует учесть возможность появления параметрического резонанса в конструкции. В случае если характеристики и параметры воздействия такие, что наступление параметрического резонанса возможно, конструкция будет находиться в неустойчивой зоне. Тогда задача динамической устойчивости заключается в определении прогибов оболочки в зависимости от числа циклов нагружения, так как на поведение оболочки влияет не только рассматриваемый цикл нагружения, но и все предшествующие. Если же конструкция находится в устойчивой зоне, то влияние предшествующих циклов на поведение оболочки можно не учитывать, а влияние динамики нагружения на несущую способность оболочки оценивать как при одноразовом нагружении [15].

Для приближенной оценки областей устойчивости и неустойчивости рассмотрим колебания идеальной $(\xi_0 = 0)$ оболочки при заданном воздействии, изменяющемся по гармоническому закону. Тогда уравнение (4) можно записать в виде:

$$C_4 \frac{d^2\xi}{dt^2} + \left[C_0 - \overline{q}(t)\right]\xi - C_3\psi\xi^2 + \left(C_1 + C_2\psi^2\right)\xi^5 = 0. \qquad (5)$$

Приняв приближенно $\overline{q} = \overline{q}_0 \cos\theta t,\ \psi = k\xi,$ вместо уравнения (5) получим выражение:

$$\frac{d^2\xi}{dt^2} + \omega^2\left(1 - 2\mu\cos\theta t\right)\xi - d_1\xi^3 + d_2\xi^5 = 0,$$

где $\omega^2 = \frac{C_0}{C_4};\ 2\mu = \frac{\overline{q}_0}{C_0};\ d_1 = \frac{C_3 k + C_1}{C_4};\ d_2 = \frac{C_2 k^2}{C_4}.$

Обозначив $b = \omega^2$ и $\lambda = \frac{\mu}{\omega^2}$, имеем:

$$\frac{d^2\xi}{dt^2} + \left(b - 2\lambda\cos\theta t\right)\xi - d_1\xi^3 + d_2\xi^5 = 0. \qquad (6)$$

Если исключить из уравнения (6) нелинейные члены, получим уравнение Матье — Хилла. Результаты исследований такого уравнения показывают, что в зависимости от соотношения параметров μ и ω система может находиться как в устойчивой, так и неустойчивой зоне. По результатам этих исследований можно построить области устойчивости и неустойчивости оболочки или диаграмму Айнса — Стретта [15].

Для практически важных случаев параметр λ находится в диапазоне $|\lambda| \le 1$, что представлено на рисунке.

Наличие областей устойчивости и неустойчивости означает, что рассмотрение параметрических колебаний в линейной постановке позволяет найти границы областей устойчивости и неустойчивости и описать поведение упругой оболочки в течение начального периода возбуждения параметрических колебаний. При этом если оболочка находится в устойчивой зоне, то влияние цикличности нагружения на несущую способность оболочки можно не учитывать. Если же оболочка находится в неустойчивой области, то ее прогиб при параметрических колебаниях возрастает по определенному закону в зависимости от числа циклов нагружения. Для того чтобы установить этот закон, необходимо рассматривать нелинейную задачу с учетом всех членов уравнения (6), а задачу устойчивости решения этого диффе-

ренциального уравнения, используя, например, методы, предложенные в работе [16]. В этом случае уравнение (6) следует привести к нормальной системе дифференциальных уравнений и оценить устойчивость решения на основании теорем Ляпунова и Четаева.

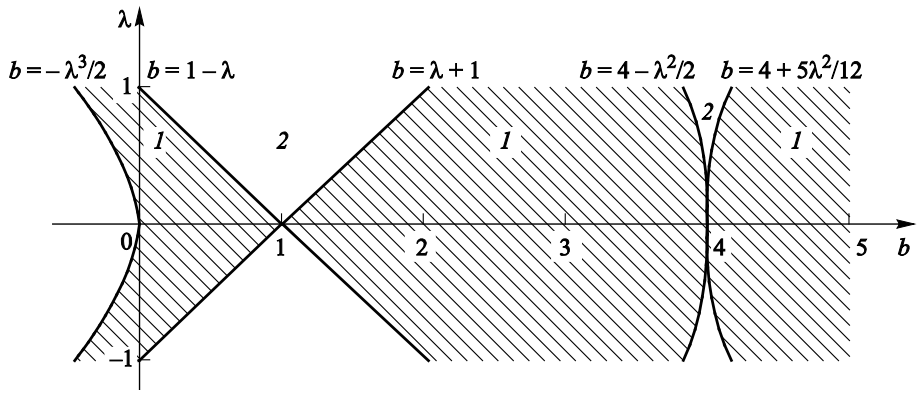


Диаграмма Айнса — Стретта. Экспериментальные данные:
1 — область устойчивости; *2* — область неустойчивости

Теорема 1 (Ляпунова). Пусть дана нормальная система двух уравнений:

$$\frac{dx_1}{dt} = f_1\left(t, x_1, x_2\right), \quad \frac{dx_2}{dt} = f_2\left(t, x_1, x_2\right). \tag{7}$$

Пусть существует дифференцируемая функция $\vartheta\left(x_1, x_2\right)$, удовлетворяющая условиям:

1) $\vartheta\left(x_1, x_2\right) \geq 0$ и $\vartheta = 0$ только при $x_1 = x_2 = 0$, т. е. функция ϑ имеет строгий минимум в начале координат;

2) полная производная вдоль решения $x_1 = x_1\left(t\right)$, $x_2 = x_2\left(t\right)$ системы (7) имеет:

$$\frac{d\vartheta}{dt} = \frac{\partial\vartheta}{\partial x_1}\frac{dx_1}{dt} + \frac{\partial\vartheta}{\partial x_2}\frac{dx_2}{dt} = \frac{\partial\vartheta}{\partial x_1} f_1\left(t, x_1, x_2\right) + \frac{\partial\vartheta}{\partial x_2} f_2\left(t, x_1, x_2\right) \leq 0, \text{ при } t \geq t_0.$$

Тогда решение устойчиво по теореме Ляпунова. Если $\left(x_1^2 + x_2^2 \geq \delta\right)$, $(d\vartheta)/(dt) \leq -\beta < 0$, $t \geq t_0$ вне сколь угодно малой окрестности точки покоя, где β — постоянная величина, то решение системы (7), а следовательно, и решение уравнения (6) асимптотически устойчиво.

Теорема 2 (Четаева). Пусть в некоторой замкнутой δ-окрестности начала координат существует дифференцируемая функция $\vartheta\left(x_1, x_2\right) \geq 0$, удовлетворяющая условиям:

1) в сколь угодно малой окрестности начала координат существует область, в которой $\vartheta > 0$ и $\vartheta = 0$ на части границы области;

2) в этой области полная производная функции $\vartheta\left(x_1, x_2\right) \geq 0$ имеет вид:

$$\frac{d\vartheta}{dt} = \frac{\partial\vartheta}{\partial x_1}\frac{dx_1}{dt} + \frac{\partial\vartheta}{\partial x_2}\frac{dx_2}{dt} = \frac{\partial\vartheta}{\partial x_1} f_1\left(t,\, x_1,\, x_2\right) + \frac{\partial\vartheta}{\partial x_2} f_2\left(t,\, x_1,\, x_2\right) > 0.$$

Причем для любого $\alpha > 0$ существует такое $\beta > 0,$ что из условия $\vartheta\left(x_1,\, x_2\right) \geq \alpha$ следует неравенство $\frac{d\vartheta}{dt} \geq \beta > 0.$ Тогда точка покоя $x_1 = x_2 = 0$ системы (7), а следовательно, решение уравнения (6) неустойчиво.

Выводы. На основании общей теории пологих оболочек предложен метод расчета динамической устойчивости изотропной и ортотропной цилиндрической оболочки при действии осевой силы и циклический осевой силы. Проведенное исследование позволяет сделать следующие выводы.

1. Скорость нагружения определенным образом влияет на величину критической динамической нагрузки, увеличивая ее значение при кратковременном нагружении.

2. Цикличность нагружения способно вызвать явление параметрических колебаний конструкций. В зависимости от конструктивных особенностей оболочки такие колебания могут происходить либо в устойчивой, либо в неустойчивой области.

3. Если оболочка находится в устойчивой области, цикличность нагружения не влияет на несущую способность оболочки, а если в неустойчивой области — ее прогибы возрастают в зависимости от числа циклов нагружения.

ЛИТЕРАТУРА

[1] Вольмир А.С. *Устойчивость деформируемых систем.* Москва, Наука, 1967, 984 с.

[2] Димитриенко Ю.И. *Нелинейная механика сплошной среды.* Москва, Физматлит, 2009, 624 с.

[3] Работнов Ю.Н. *Проблемы механики деформируемого твердого тела. Избранные труды.* Москва, Наука, 1991, 194 с.

[4] Жилин П.А. *Актуальные проблемы механики.* Санкт-Петербург, Изд-во Политехнического ун-та, 2006, 306 с.

[5] Власов В.З. *Избранные труды. Общая теория оболочек. В 3 т. Т. 1. Очерк научной деятельности.* Москва, Изд-во АН СССР, 1962, 528 с.

[6] Димитриенко Ю.И. *Механика сплошной среды. В 4 т. Т. 2. Универсальные законы механики и электродинамики сплошной среды.* Москва, Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2011, 560 с.

[7] Белоносов С.М. *Математическое моделирование равновесных состояний упругих тонких оболочек*. Москва, Наука, 1993, 158 с.

[8] Жилин П.А. *Основы теории оболочек.* Санкт-Петербург, Изд-во Политехнического ун-та, 2006, 166 с.

[9] Дубровин В.М., Бутина Т.А. Моделирование напряженно-деформированного состояния цилиндрической оболочки при воздействии ударной сосредоточенной нагрузки. *Инженерный журнал: наука и инновации*, 2013, № 9 (21). DOI: 10.18698/2308-6033-2013-9-957

[10] Алгазин О.Д., Бутина Т.А., Дубровин В.М. К вопросу об оценке надежности и работоспособности конструкций при импульсном нагружении. *Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Естественные науки*, 2011, спец. вып. «Математическое моделирование», с. 70–72.

[11] Дубровин В.М., Бутина Т.А. Моделирование динамической устойчивости цилиндрической оболочки при действии осевой сжимающей нагрузки. *Математическое моделирование и численные методы*, 2015, № 2 (6), с. 46–57.

[12] Дубровин В.М., Бутина Т.А. Моделирование динамической устойчивости цилиндрической оболочки при действии внешнего избыточного давления. *Инженерный журнал: наука и инновации*, 2014, № 6 (30). DOI 10.18698/2308-6033-2014-6-1237

[13] Дубровин В.М., Бутина Т.А. Моделирование процесса взаимодействия ударной волны с цилиндрической оболочкой. *Инженерный журнал: наука и инновации*, 2014, № 4 (28). DOI 10.18698/2308-6033-2014-4-1233

[14] Бутина Т.А., Дубровин В.М. Устойчивость цилиндрической оболочки при комбинированном нагружении. *Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Естественные науки*, 2012, спец. вып. № 3 «Математическое моделирование», с. 127–133.

[15] Бушуев А.Ю., Яколев Д.О. О подходе к оптимизации упругих конструкций по частотным характеристикам. *Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Естественные науки*, 2011, спец. вып. «Математическое моделирование», с. 66–69.

[16] Narasimhan K.Y., Hoff N.J. Snapping of Imperfect Thin-Walled Circular Cylindrical Shells of Finite Length. *Trans. ASME*, ser. E, 1971, no. 1, vol. 38, pp. 160–172.

Статья поступила в редакцию 09.09.2016

Ссылку на эту статью просим оформлять следующим образом:

Дубровин В.М., Бутина Т.А. Моделирование динамической устойчивости цилиндрической оболочки при циклическом осевом воздействии. *Математическое моделирование и численные методы*, 2016, № 3 (11), с. 24–32.

Дубровин Виктор Митрофанович окончил Саратовский государственный университет. Канд. техн. наук, доцент кафедры «Вычислительная математика и математическая физика» МГТУ им. Н.Э. Баумана. Специалист в области прочности и устойчивости деформируемых систем. Автор пяти изобретений.
e-mail: dubrovinvm1934@yandex.ru

Бутина Татьяна Александровна окончила Московский физико-технический институт. Канд. физ.-мат. наук, доцент кафедры «Вычислительная математика и математическая физика» МГТУ им. Н.Э. Баумана. Специалист в области прочности и устойчивости деформируемых систем. e-mail: butina_ta@mail.ru

Simulation of dynamic stability of a cylindrical shell under cyclic axial impact

© V.M. Dubrovin, T.A. Butina

Bauman Moscow State Technical University, Moscow, 105005, Russia

In this article we suggest a method for calculating the dynamic stability of a cylindrical shell with its axial compressive time-varying load, and cyclic axial load, which varies according to a certain law. As an example, we consider the axial load, changing linearly and the cyclic load, which varies according to the harmonic law. To show the cyclic load, we use Ince — Strutt diagram, defining the stable and unstable regions of the shell fluctuations.

***Keywords**: cylindrical shell, deflection, equilibrium position, chart, dynamic factor, stable region, unstable region, parametric resonance.*

[1] Volmir A.S. *Ustoichivost deformiruemykh system* [Stability of deformable systems]. Moscow, Nauka Publ., 1967, 984 p.

[2] Dimitrienko Yu.I. *Nelineynaya mehanika sploshnoy sredy* [Nonlinear continuum mechanics]. Moscow, Fizmatlit Publ., 2009, 624 p.

[3] Rabotnov Yu.N. *Problemy mekhaniki deformiruemogo tverdogo tela*. Izbrannye trudy [The problems of solid mechanics. Selected works]. Moscow, Nauka Publ., 1991, 194 p.

[4] Zhilin P.A. *Aktualnye problemy mekhaniki.* [Problems in Mechanics]. St. Petersburg, Politechnic University Publ., 2006, 306 p.

[5] Vlasov V.Z. *Izbrannye trudy. Obschaya teoriya obolochek. V 3 t. T. 1. Ocherk nauchnoi deyatelnosti* [Selected works. The general theory of shells. In 3 vol. Vol. 1. Outline of research activities]. Moscow, AS USSR Publ., 1962, 528 p.

[6] Dimitrienko Yu.I. *Mekhanika sploshnoy sredy. V 4 t. T. 2. Universalnye zakony mekhaniki i elektrodinamiki sploshnoy sredy* [Continuum Mechanics. In 4 vol. Vol. 2. Universal laws of continuum mechanics and electrodynamics]. Moscow, BMSTU Publ., 2011, 560 p.

[7] Belonosov S.M. *Matematicheskoe modelirovanie ravnovesnykh sostoyaniy uprugikh tonkikh obolochek* [Mathematical modeling of equilibrium states of thin elastic shells]. Moscow, Nauka Publ., 1993, 158 p.

[8] Zhilin P.A. *Osnovy teorii obolochek* [Fundamentals of the theory of shells]. St. Petersburg, Politechnic University Publ., 2006, 166 p.

[9] Dubrovin V.M., Butina T.A. *Inzhenernyy zhurnal: nauka i innovatsii — Engineering Journal: Science and Innovation*, 2013, no. 9 (21). DOI: 10.18698/2308-6033-2013-9-957

[10] Algazin O.D., Butina T.A., Dubrovin V.M. *Vestnik MGTU im. N.E. Baumana, Ser. Estestvennye nauki — Herald of the Bauman Moscow State Technical University. Ser. Natural Sciences*, 2011, spec. iss. “Mathematical modeling”, pp. 70–72.

[11] Dubrovin V.M., Butina T.A. *Matematicheskoe modelirovanie i chislennye metody — Mathematical Modeling and Computational Methods*, 2015, no. 2 (6), pp. 46–57.

[12] Dubrovin V.M., Butina T.A. *Inzhenernyy zhurnal: nauka i innovatsii — Engineering Journal: Science and Innovation*, 2014, no. 6 (30). DOI: 10.18698/2308-6033-2014-6-1237

[13] Dubrovin V.M., Butina T.A. *Inzhenernyy zhurnal: nauka i innovatsii — Engineering Journal: Science and Innovation*, 2014, no. 4 (28). DOI: 10.18698/2308-6033-2014-4-1233

[14] Butina T.A., Dubrovin V.M. *Vestnik MGTU im. N.E. Baumana, Ser. Estestvennye nauki — Herald of the Bauman Moscow State Technical University. Ser. Natural Sciences*, 2012, special iss., no. 3 "Mathematical modeling", pp. 127–133.

[15] Bushuev A.Yu., Yakolev D.O. *Vestnik MGTU im. N.E. Baumana, Ser. Estestvennye nauki — Herald of the Bauman Moscow State Technical University. Ser. Natural Sciences*, 2011, special iss. "Mathematical modeling", pp. 66–69.

[16] Narasimhan K.Y., Hoff N.J. *Trans. ASME*, ser. E, 1971, no. 1, vol. 38, pp. 160–172.

Dubrovin V.M. graduated from Saratov State University. Cand. Sci. (Eng.), Assoc. Professor at Bauman Moscow State Technical University, specialist in the field of strength and stability of deformable systems. Author of five inventions.
e-mail:dubrovinvm1934@yandex.ru

Butina T.A. graduated from Moscow Institute of Physics and Technology. Cand. Sci. (Phys. & Math.), Assoc. Professor at Bauman Moscow State Technical University, specialist in the field of strength and stability of deformable systems.
e-mail: butina_ta@mail.ru