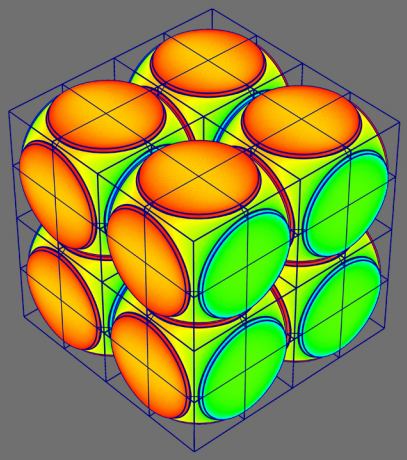
ISSN 2309-3684



Математическое моделирование и численные методы

Горский В.В., Локтионова А.Г. Моделирование теплообмена и трения в тонком воздушном ламинарно-турбулентном пограничном слое над поверхностью полусферы. Математическое моделирование и численные методы, 2019, № 2, с. 51–67.

Источник: https://mmcm.bmstu.ru/articles/194/

Параметры загрузки:
IP: 216.73.216.140
13.11.2026 00:43:57

УДК 533.6.011.6

Моделирование теплообмена и трения в тонком воздушном ламинарно-турбулентном пограничном слое над поверхностью полусферы

© В.В. Горский[1,2], А.Г. Локтионова[2]

[1]Акционерное общество «Военно-промышленная корпорация «Научно-производственное объединение машиностроения», Реутов, 143966, Россия
[2]Московский государственный технический университет Н.Э. Баумана, Москва, 105005, Россия

Сферические элементы конструкции летательных аппаратов относятся к числу их фрагментов, подверженных воздействию максимальных тепловых потоков, вследствие чего расчет теплового и силового нагружения полусферы вызывает повышенный интерес. Наиболее остро эта проблема стоит при экстремально высоких числах Рейнольдса, которым соответствует ламинарно-турбулентный режим течения газа в пограничном слое над полусферой. В то же время в фундаментальной монографии [1] по конвективному теплообмену летательных аппаратов, обобщающей результаты многолетних исследований по данной проблеме, именно этому вопросу не уделено должного внимания. В то же время в работе [2] было показано, что использование подходов, изложенных в работе [1], для полусферы сопряжено с внесением в расчет существенных ошибок при экстремально высоких значениях чисел Рейнольдса. К числу наименее изученных проблем ламинарно-турбулентного теплообмена относится расчет теплообмена и трения на проницаемой стенке, а корректное решение данной задачи к настоящему времени отсутствует. Целью данной стать является разработка высокоточного инженерного метода расчета теплообмена и трения в ламинарно-турбулентном пограничном слое на полусфере.

Ключевые слова: *пограничный слой, теплообмен, трение, турбулентность*

Введение. Вся теория турбулентного теплообмена базируется на результатах экспериментальных исследований и носит полуэмпирический характер. В этой связи ключевой вопрос, который встает при проведении конкретных исследований в этой области, заключается в адекватности результатов расчетов, полученных в рамках используемой полуэмпирической модели турбулентности, результатам соответствующих экспериментальных исследований. Получению ответа на данный вопрос и посвящена первая часть данной статьи.

Наряду с этим значительное внимание здесь уделяется простым инженерным методам вычисления основных характеристик теплообмена и трения, полученным путем оптимальной аппроксимации результатов систематического численного интегрирования уравнений пограничного слоя.

Необходимо также отметить, что на страницах данного журнала вопросам моделирования газовой динамики и теплообмена уделяется

значительное внимание [3–5].

Методика моделирования теплообмена и трения в ламинарно-турбулентном пограничном слое. Все результаты проведенных исследований получены с использованием метода эффективной длины [1] и методики [2] численного интегрирования уравнений пограничного слоя.

Они выполнены в широком диапазоне изменения чисел Маха M_∞ и Рейнольдса Re_∞, рассчитанных по параметрам газа в набегающем потоке и радиусу сферы, и отношения R_h энтальпии воздуха на стенке h_w к энтальпии торможения h_{00} этого потока. При этом исследования проведены для полусферы как элемента конструкции летательных аппаратов, обладающего наиболее высоким уровнем тепловой нагрузки.

В процессе проведения систематических численных решений уравнений воздушного пограничного слоя принималось:

- что расчет диффузионного теплопереноса описывается уравнениями Стефана – Максвелла [6], а воздушная газовая смесь находится в состоянии термохимического равновесия;
- что используются результаты численного решения уравнений Эйлера, стандартная система уравнений двумерного осесимметричного пограничного слоя [7] и методика расчета переносных свойств газовой смеси [8];
- что используется алгебраическая модель Себечи – Смита [9], модифицированная в работе [2] для расчета турбулентной составляющей коэффициента динамической вязкости, в сочетании со значениями турбулентных чисел Шмита и Прандтля, равных соответственно 1 и 0,9 [1].

Результаты моделирования теплообмена и трения в ламинарно-турбулентном пограничном слое на полусфере. В работе [1] отмечено, что на боковых поверхностях конусов, обтекаемых потоком воздуха при умеренных значениях чисел Рейнольдса, применение как метода эффективной длины, так и различных методик численного интегрирования уравнений ламинарно-турбулентного пограничного слоя, находятся в удовлетворительном соответствии с результатами трубных экспериментов. Однако обоснованность этого утверждения для экстремально больших чисел Рейнольдса в литературе отсутствует, а вопросу сопоставления расчетных и экспериментальных данных для градиентных течений газа вовсе не уделено должного внимания, на что и указано в работах [2, 10].

В работе [2], в частности, было показано:

- что при больших числах Рейнольдса использование для расчета конвективного теплообмена на полусфере как метода эффективной длины, так и численного интегрирования уравнений пограничного

слоя в сочетании с полуэмпирической моделью турбулентной вязкости Себечи – Смита [9], приводит к существенному завышению полученных результатов по сравнению с экспериментальными данными из работ [11, 12];

- что указанная проблема, в частности, может быть решена в рамках модифицированной модели турбулентной вязкости Себечи – Смита, предложенной в работе [2].

Поэтому значительный интерес вызывает рассмотрение вопроса о том, к каким последствиям приводит замена метода эффективной длины, повсеместно используемого при проектировании летательных аппаратов [1], на методику работы [2] в реальных условиях обтекания полусферы сверхзвуковым потоком воздуха.

В данной работе рассматривается задача систематического изучения течения газа над поверхностью полусферы, при указанных в табл. 1 значениях определяющих параметров, здесь T_w — температура стенки в критической точке сферы.

Таблица 1

Значения определяющих параметров

M_∞	p_0	R_h	$Re_\infty/10^6$	T_w, K
25	[1, 10]	[0,12, 0,1]	[0,5, ·5]	[300, 2400]
20		[0,17, 0,2]	[0,6, 6]	[300, 2900]
15		[0,28, 0,3]	[0,8, ·8]	[300, 2700]
10		[0,056, 0,4]	[1,0, ·10]	[280, 2000]
8	1	[0,083, 0,4]	1,6	[270, 1100]
6	1	[0,135; 0,4]	2,2	[250, 700]
4	1	[0,270; 0,4]	2,7	[30, 400]

Введем в обращение числа Стантона St_{im} и $St_{f,im}$, связанные с удельным тепловым потоком $q_{w,im}$, подводимым к стенке, и напряжением трения $Fr_{w,im}$ на ней соотношениями вида:

$$St_{im} = q_{w,im} \big/ \left[\left(h_{00} - h_w \right) \rho_\infty V_\infty \right];$$

$$St_{w,im} = Fr_{w,im} \big/ \left[u_e \rho_\infty V_\infty \right].$$

Здесь u_e — скорость на внешней границе пограничного слоя, м/с; ρ_∞, V_∞ — плотность, кг/м^3; и скорость в набегающем газовом потоке, а индекс im означает непроницаемую стенку.

Широко используемые на практике литературные рекомендации [1] по инженерному расчету распределения интенсивности турбулентного теплообмена по полусфере, установленные на базе аппроксимации результатов счета, полученным в рамках метода эффективной

длины, включают в себя формулы, предназначенные для вычисления максимального значения числа Стантона $\mathrm{St}^{*}_{T,im}$ и функции

$$\Xi_{T,im}(\omega) = \mathrm{St}_{T,im}(\omega) \big/ \mathrm{St}^{*}_{T,im}.$$

Эти формулы имеют вид:

$$\mathrm{St}^{*}_{T,im} = 16,4 \cdot \left(V_{\infty} / 1000\right)^{1,25} \left(\rho_{\infty} / 9,806\right)^{0,8} L^{-0,2} \left(1 + R_h\right)^{-2/3}, \qquad (1)$$

$$\Xi_{T,im}(\omega) = 3,75 \sin(\omega) - 3,5 \sin^2(\omega). \qquad (2)$$

Здесь ω — центральный угол полусферы, а единичному значению функции $\Xi_{T,im}(\omega)$ соответствует его величина, равная примерно $\pi/5,6$ радиан.

В области изменения температуры в набегающем потоке в пределах от 216 до 273 К, что соответствует рассматриваемым условиям обтекания полусферы, формулу для расчета числа Стантона $\mathrm{St}^{*}_{T,im}$ с погрешностью не выше 1% можно преобразовать к следующей критериальной форме записи

$$\Upsilon^{*}_{H,im} = \mathrm{St}^{*}_{T,im} \cdot \mathrm{Re}^{0,2}_{\infty} \cdot \left(1 + R_h\right)^{2/3} = 0,0567 \cdot \mathrm{M}^{0,45}_{\infty}. \qquad (3)$$

На рис. 1 и 2 приведены результаты систематических расчетных исследований, выполненных в рамках различных подходов к определению $\Upsilon^{*}_{H,im}$ и $\Xi_{T,im}$. Светлые и зачерненные значки здесь относятся к расчетам, выполненным соответственно в рамках метода эффективной длины и численного интегрирования уравнений пограничного слоя. В свою очередь, сплошная кривая соответствует расчету, выполненному по формуле (3).

В целом из рассмотрения информации, приведенной на данных рисунках, можно сделать выводы о том:

- что метод эффективной длины характеризуется крайне незначительной чувствительностью функции $\Upsilon^{*}_{H,im}(\mathrm{M}_{\infty})$ и $\Xi_{T,im}(\omega)$ по отношению к условиям в набегающем потоке воздуха;
- что формулы (1) и (2) действительно обеспечивают расчет этих функций, полученных по методу эффективной длины, с точностью, достаточной для большинства практических приложений;
- что применение метода эффективной длины сопряжено с существенным завышением интенсивности теплообмена по сравнению с использованием численного интегрирования уравнений пограничного слоя.

Последний вывод находится в полном соответствии с результатами аналогичного сравнения, выполненного в работах [2, 10] применительно к экспериментальным данным из работ [11, 12].

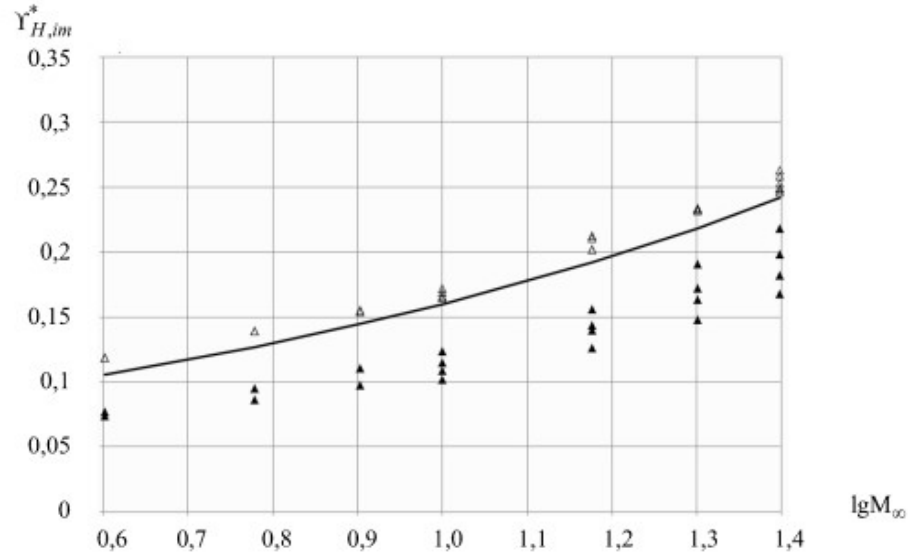


Рис. 1. Зависимость максимального значения критерия теплообмена от M_∞

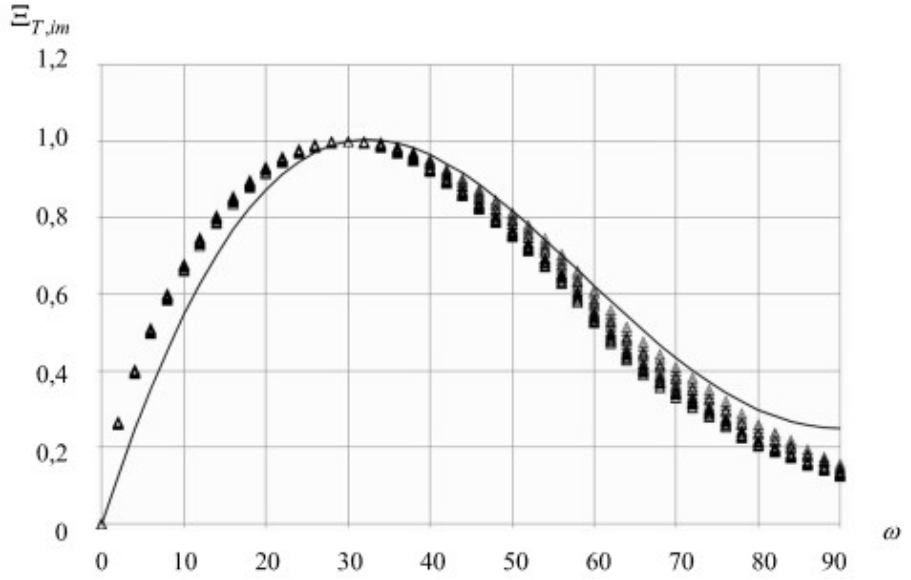


Рис. 2. Зависимость относительного числа Стантона от ω, рад

Как уже отмечалось выше, в работе [2] было показано, что использование метода эффективной длины сопряжено с внесением определенного завышения в интенсивности конвективного теплообмена на

полусфере по сравнению с экспериментальными данными [11, 12]. В этой связи, представляется вполне естественным указанное различие между представленными на рисунке 1 данными, полученными методом эффективной длины и в результате численного интегрирования уравнений пограничного слоя.

В то же время для проведения прикладных исследований важным представляется разработка инженерного подхода к аппроксимации результатов, полученных при систематическом численном интегрировании уравнений пограничного слоя, который был бы столь же эффективным, как и формулы (3), (2) для метода эффективной длины.

В работах [13, 14] был предложен подход к описанию теплообмена в ламинарно-турбулентном пограничном слое, основанный на выделении из суммарной тепловой нагрузки той его части, которая обусловлена турбулентными пульсациями в газе.

Следуя этому подходу, введем функции вида

$$\Delta \mathrm{St}_{im}\left(\omega\right) = \mathrm{St}_{im}\left(\omega\right) - \mathrm{St}_{im,L}\left(\omega\right),$$
$$\Delta \mathrm{St}_{f,im}\left(\omega\right) = \mathrm{St}_{f,im}\left(\omega\right) - \mathrm{St}_{f,im,L}\left(\omega\right).$$

Здесь St_{im} и $\mathrm{St}_{f,im}$ — известные числа Стантона для случая ламинарного режима течения газа в пограничном слое.

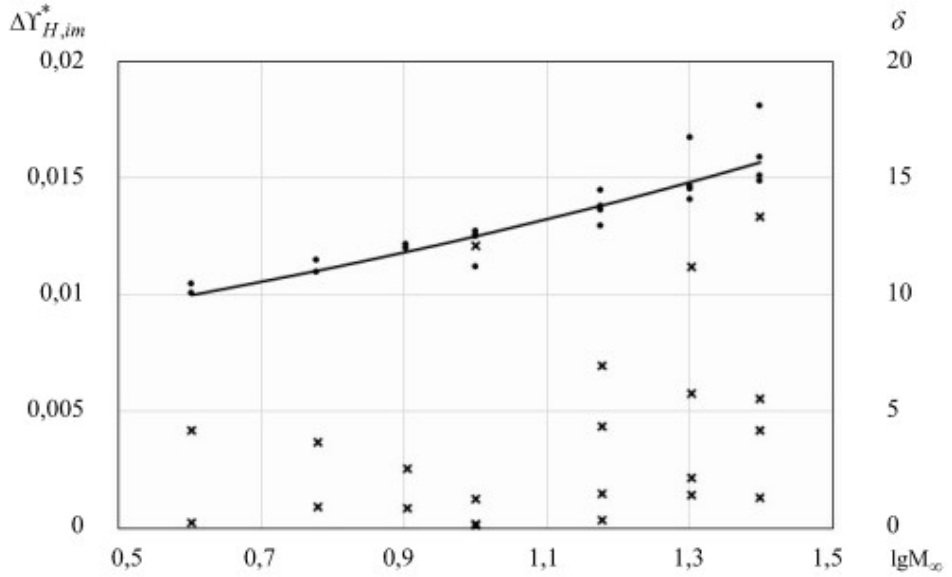
По аналогии с работой [1] применяется процедура оптимальной аппроксимации результатов систематических исследований, выполненных при численном интегрировании уравнений пограничного слоя, по отношению к максимальным значениям $\Delta \mathrm{St}^{*}_{im}$ и $\Delta \mathrm{St}^{*}_{f,im}$ функций $\Delta \mathrm{St}_{im}\left(\omega\right)$ и $\Delta \mathrm{St}_{f,im}\left(\omega\right)$.

Результаты такой аппроксимационной процедуры, полученной в рамках предписания метода наименьших квадратов [15] с использованием одного из вариантов эвристического метода прямого поиска Хука – Дживса [16], имеют вид

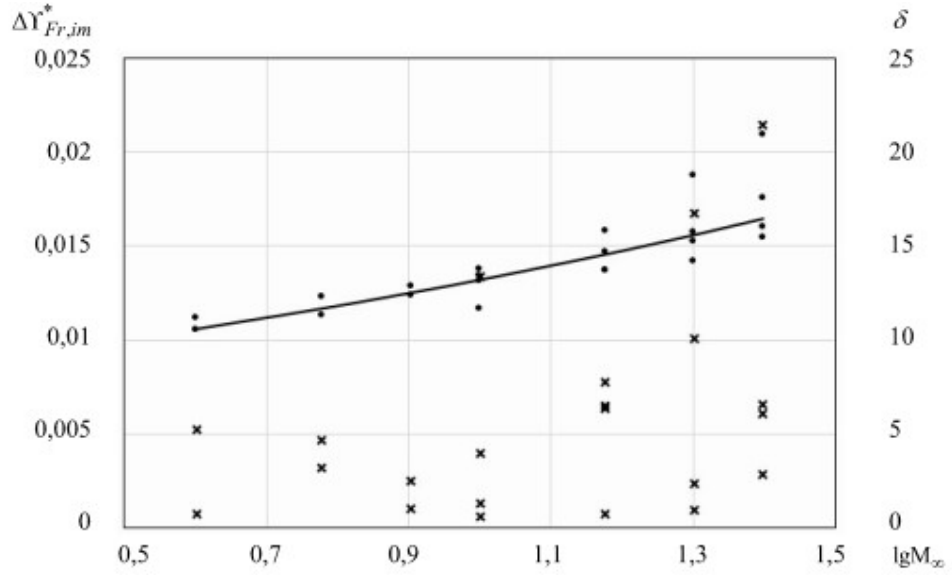
$$\Delta \Upsilon^{*}_{H,im} = \Delta \mathrm{St}^{*}_{im} \cdot \mathrm{Re}_{\infty}^{0,066} \cdot \left(1 + R_h\right)^{1,86} = 0,0071 \cdot \mathrm{M}_{\infty}^{0,246}; \qquad (4)$$

$$\Delta \Upsilon^{*}_{Fr,im} = \Delta \mathrm{St}^{*}_{f,im} \cdot \mathrm{Re}_{\infty}^{0,066} \cdot \left(1 + R_h\right)^{2,23} = 0,0076 \cdot \mathrm{M}_{\infty}^{0,24}. \qquad (5)$$

Сопоставление результатов применения этих формул с результатами численного интегрирования уравнений пограничного слоя иллюстрируется рис. 3, на котором кружками, линиями и крестиками нанесены соответственно результаты численного и аппроксимационного расчета, а также относительная погрешность δ последнего из них.



а



б

Рис. 3. Зависимость максимальных значений критериев теплообмена и трения на полусфере от числа Маха в набегающем потоке воздуха:
а — $\Delta\Upsilon^*_{H,im}$, δ, %; *б* — $\Delta\Upsilon^*_{Fr,im}$, δ, %

Так же, как и для метода эффективной длины, распределение чисел Стантона по поверхности полусферы будем характеризовать функциями вида

$$\Delta\Xi_{im}\left(\omega\right)=\Delta\mathrm{St}_{im}\left(\omega\right)/\Delta\mathrm{St}_{im}^{*}$$

и

$$\Delta\Xi_{f,im}\left(\omega\right)=\Delta\mathrm{St}_{f,im}\left(\omega\right)/\Delta\mathrm{St}_{f,im}^{*}.$$

Аппроксимационные формулы для этих функций, полученные так же, как и формулы (4), (5), имеют вид

$$\Delta\Xi_{im}\left(\omega\right)=\frac{\Delta\mathrm{St}_{im}}{\Delta\mathrm{St}_{im}^{*}}\left(\omega\right)=\begin{cases}1{,}461\cdot\left(1+\xi\right)^{2},\ \omega\le 0{,}32\\ 1-2{,}68\cdot\xi^{2}-0{,}595\cdot\xi^{3},\ \omega\in\left(0{,}32,\dfrac{\pi}{4}\right)\\ 1-1{,}82\cdot\xi^{2}+1{,}08\cdot\xi^{3},\ \omega\ge\dfrac{\pi}{4}\end{cases}\quad(6)$$

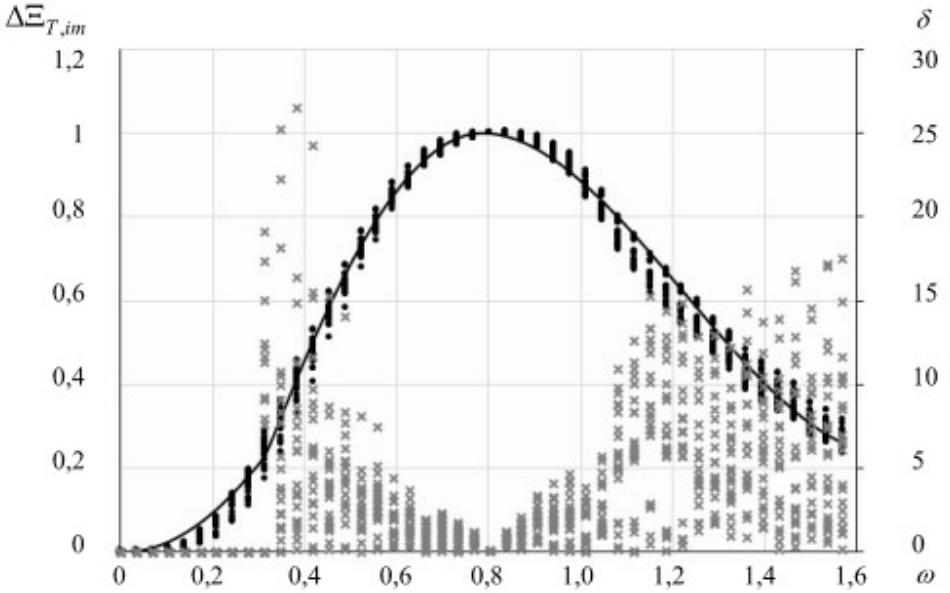
$$\Delta\Xi_{f,im}\left(\omega\right)=\frac{\Delta\mathrm{St}_{f,im}}{\Delta\mathrm{St}_{f,im}^{*}}\left(\omega\right)=\begin{cases}1{,}582\cdot\left(1+\xi\right)^{2},\ \omega\le 0{,}39\\ 1-2{,}94\cdot\xi^{2}-1{,}06\cdot\xi^{3},\ \omega\in\left(0{,}39,\dfrac{\pi}{4}\right)\\ 1-1{,}77\cdot\xi^{2}+1.07\cdot\xi^{3},\ \omega\ge\dfrac{\pi}{4}\end{cases}\quad(7)$$

$$\xi=4\cdot\omega/\pi-1.$$

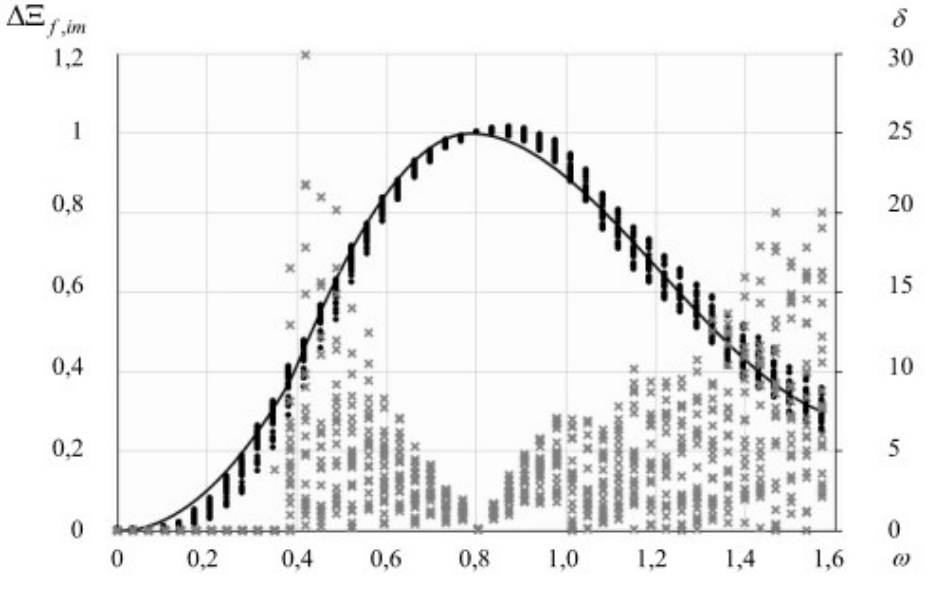
Сопоставление результатов применения формул (6), (7) с результатами численного интегрирования уравнений пограничного слоя иллюстрируется рис. 4 с той же системой обозначений, что и на рис. 3.

Здесь исключены из анализа погрешностей значения функций $\Delta\Xi_{im}\left(\omega\right)$ и $\Delta\Xi_{f,im}\left(\omega\right)$ на областях их определения [0; 0,32] и [0; 0,39] соответственно. В этих условиях применение формул (4) – (7) характеризуется среднеквадратическими и максимальными погрешностями, меньшими соответственно 7 и 30 %, что, естественно, приемлемо для большинства практических приложений.

К числу наименее изученных вопросов теории ламинарно-турбулентного теплообмена и трения относится проблема расчета степени их блокировки вдувом газа через поверхность тела, обтекаемой вязким и теплопроводным газом. Данная проблема в первую очередь является актуальной для изделий ракетно-космической техники, так как эксплуатация большинства используемых в ней теплозащитных материалов сопровождается вдувом газа в ламинарно-турбулентный пограничный слой.



а



б

Рис. 4 Зависимость относительного числа Стантона от центрального угла полусферы:

а — $\Delta\Xi_{im}$, δ, %; *б* — $\Delta\Xi_{f,im}$, δ, %

Экспериментальному изучению этой проблемы уделялось внимание только во второй половине прошлого века, а результаты относи-

лись только к теплообмену и характеризовались значительным разбросом. Литературные рекомендации по этому вопросу обобщены в работе [1] в форме, изображенной на рис. 5.

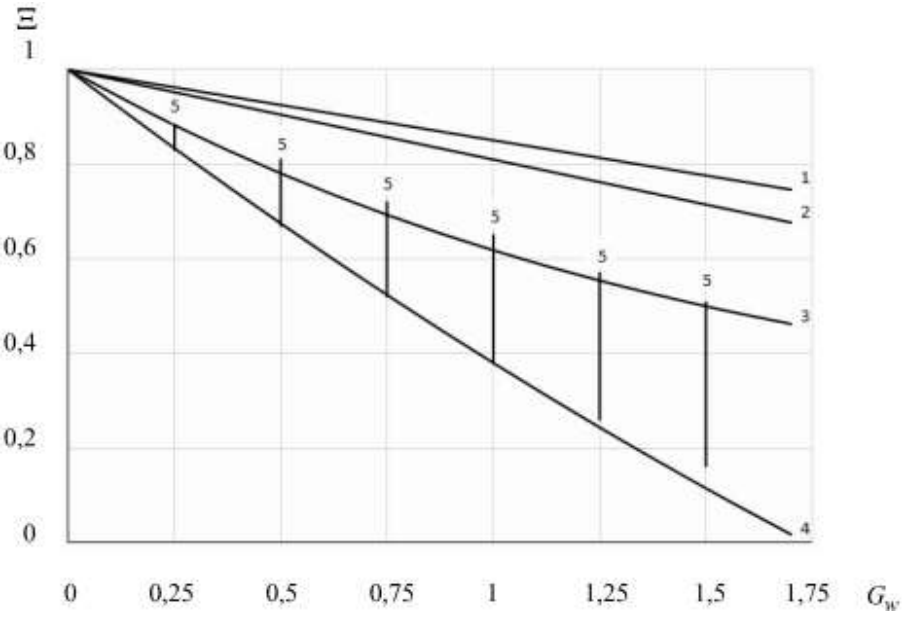


Рис. 5. Литературные данные по степени блокировки теплового потока вдувом газа:

1,2 — формула (8) из работы [15] для турбулентного теплообмена; *3* — формула (9) из работы [16] для турбулентного теплообмена; *4* — формула (10) из работы [1] для ламинарного теплообмена; *5* — настоящие расчеты

Здесь Ξ — отношение удельных тепловых потоков на проницаемой и непроницаемой стенке; G_w — массовая скорость вдува газа в пограничный слой, измеренная в долях от коэффициента теплообмена на непроницаемой стенке, а формулы из работ [17, 18, 1] имеют вид

$$\Xi = 1 - 0{,}19 \cdot \overline{M}^{0{,}35} G_{\text{w}}; \tag{8}$$

$$\Xi = \sqrt{1 + 0{,}25 \cdot G_{\text{w}}^2} - 0{,}5 \cdot G_{\text{w}}; \tag{9}$$

$$\Xi = 1 - 0{,}68 \cdot G_{\text{w}} + 0{,}06 \cdot G_{\text{w}}^2. \tag{10}$$

При этом данные работы [14], аппроксимированные автором с учетом отношения $\overline{M}$ молекулярных масс внешнего потока и вдуваемого газа, нанесены в виде дорожки, ограниченной кривыми 1 и 2, которые соответствуют значениям 1 и 0,5 этого отношения.

В свою очередь, отрезками вертикальных линий на рис. 5 нанесен

разброс результатов численных расчетов, полученных в рамках изложенной ниже методики.

Ограничение величины G_w на рисунке обусловлено тем обстоятельством, что большие значения этого параметра не реализуются в задачах абляции тепловой защиты, а задачи так называемого «большого вдува» не представляют в настоящее время практического интереса.

Из данных, приведенных на рис. 5, однозначно следует вывод о неправомочности использования на практике однозначной зависимости $\Xi\left(G_w\right)$.

В то же время в литературе не уделено должного внимания решению данной задачи на базе численного решения уравнений пограничного слоя или уравнений Навье – Стокса, которые апробированы на экспериментальных данных, полученных на непроницаемой стенке [1].

Первая попытка в этом направлении была предпринята в работе [19], в которой было предложено рассматривать эффект блокировки теплового потока отдельно для его ламинарной и турбулентной составляющей. В свою очередь, для расчета этого эффекта здесь были предложены аппроксимационные формулы, зависящие только от параметров газа в набегающем потоке.

Если первое из указанных предположений представляется разумным, то этого же нельзя сказать о втором из них, так как каждая точка полусферы характеризуется различным вкладом турбулентных пульсаций в суммарный тепловой поток.

В частности, в работе [20] было показано, что для газовых потоков, обладающих умеренным вкладом ζ_T турбулентных пульсаций в суммарную тепловую нагрузку на непроницаемой поверхности полусферы, эффект блокировки теплообмена, обусловленный турбулентными пульсациями, при фиксированной скорости вдува газа практически полностью определяется величиной этого вклада.

Приведенные ниже материалы посвящены вопросу более качественного и объемного решения данной задачи на базе проведения численного интегрирования дифференциальных уравнений пограничного слоя.

При этом исследования выполнены с выделением вклада, вносимого в теплообмен и трение турбулентными пульсациями газа в пограничном слое, и без учета ограничений на величину этого вклада ζ и ζ_f для непроницаемой стенки, имеющего вид.

$$\zeta = \left(\mathrm{St}_{im} - \mathrm{St}_{im,L}\right)/\mathrm{St}_{im};\ \ \zeta_f = \left(\mathrm{St}_{f,im} - \mathrm{St}_{f,im,L}\right)/\mathrm{St}_{f,im}.$$

Предлагаемая система построения оптимальных аппроксимационных зависимостей, предназначенных для расчета эффекта блокировки теплообмена и трения на стенке вдувом воздуха в ламинарно-турбулентный пограничный слой, основана на том, что известна вся информация, относящаяся к непроницаемой стенке, а также аналогичные данные по проницаемой стенке при ламинарном режиме течения газа в пограничном слое.

Таким образом, использованию приведенных ниже результатов исследований должен предшествовать расчет функций $\zeta(\omega)$, $\zeta_f(\omega)$, $\mathrm{St}_{im}(\omega)$, $\mathrm{St}_{f,im}(\omega)$, $\mathrm{St}_L(\omega, G_w)$ и $\mathrm{St}_{f,L}(\omega, G_w)$ для условий проведения конкретного прикладного расчета.

Введем в рассмотрение функции $\Delta\Xi(\zeta, G_w)$ и $\Delta\Xi_f(\zeta_f, G_w)$, характеризующие относительный вклад турбулентных пульсаций в числа Стантона, вида

$$\Delta\Xi(\zeta, G_w) = \frac{\mathrm{St}(\zeta) - \mathrm{St}_L(G_w)}{\mathrm{St}(\zeta)},$$

$$\Delta\Xi_f(\zeta_f, G_w) = \frac{\mathrm{St}_f(\zeta_f) - \mathrm{St}_{f,L}(G_w)}{\mathrm{St}_f(\zeta_f)}.$$

Аппроксимация результатов систематического численного интегрирования дифференциальных уравнений пограничного слоя, соответствующих ряду фиксированных значений скорости вдува, записывается в виде

$$\left[\begin{array}{c} \Delta\Xi_i = \varsigma_i \cdot \zeta^{\varsigma_{i+6}} \\ \Delta\Xi_{f,i} = \varsigma_{f,i} \cdot \zeta_{Fr}^{\ \varsigma_{f,i+6}} \\ G_w = 0,25 \cdot i \\ i = 1,6 \end{array}\right. . \qquad (11)$$

При этом оптимальные значения аппроксимационных коэффициентов ς_i и $\varsigma_{f,i}$, полученные в рамках предписания метода наименьших квадратов [15] с использованием одного из вариантов эвристического метода прямого поиска Хука – Дживса [14], а также погрешности, соответствующие применению формул (11), указаны в табл. 2.

В свою очередь, на непроницаемой стенке

$$\Delta\Xi_{im}(\omega) = \frac{\mathrm{St}_{im}(\omega) - \mathrm{St}_{L,im}(\omega)}{\mathrm{St}_{im}(\omega)}, \quad \Delta\Xi_{f,im}(\omega) = \frac{\mathrm{St}_{f,im}(\omega) - \mathrm{St}_{f,L,im}(\omega)}{\mathrm{St}_{f,im}(\omega)}.$$

Таблица 2

Оптимальные значения аппроксимационных коэффициентов в формулах (11) и погрешности применения последних

i	1	2	3	4	5	6
G_w	0,25	0,5	0,75	1,0	1,25	1,5
ς_i	0,890	0,791	0,691	0,590	0,495	0,392
ς_{i+6}	0,975	0,956	0,918	0,862	0,799	0,690
σ,%	1,2	2,6	4,6	7,2	10,6	15,4
δ_{max},%	5,8	11,2	20,2	33,0	52,6	81,7
i	1	2	3	4	5	6
$\varsigma_{f,i}$	0,896	0,789	0,683	0,570	0,457	0,304
$\varsigma_{f,i+6}$	1,006	1,010	1,009	0,989	0,964	0,742
σ_f,%	2,0	4,5	7,7	11,8	17,2	24,7
$\delta_{f,max}$,%	6,2	10,7	18,1	29,3	52,3	91,1

Результаты данных систематических численных исследований по суммарному эффекту блокировки удельного теплового потока вдувом газа, как уже отмечалось выше, приведены на рис. 5.

Из анализа этой информации следует, что практически все результаты проведенных нами исследований располагаются практически строго между литературными данными, соответствующими ламинарному и турбулентному режимам течения газа в пограничном слое из работ [1,18], т.е. в коридоре между кривыми, построенными по формулам (10) и (9).

Это, в свою очередь, свидетельствует:

- о не противоречии результатов проведенных исследований литературным данным;
- о том, что результаты, относящиеся к максимальному вкладу турбулентных пульсаций в теплообмен, с высокой точностью аппроксимируются формулой (9), приведенной в работе [18].

В то же время, обоснованность использования для полусферы формулы (8) из работы [17] вызывает большие сомнения.

Выводы. Предложена методика инженерного моделирования теплообмена и трения на полусфере, основанная на оптимальной аппроксимации результатов систематических численных решений уравнений ламинарно-турбулентного пограничного слоя.

1. Сформулирован новый инженерный метод расчета конвективного теплообмена в ламинарно-турбулентном пограничном слое над поверхностью полусферы, основанный на анализе экспериментальных данных, полученных при экстремально больших числах Рейнольдса и на выделении из параметров теплообмен и трения их составляющих, обусловленных турбулентными пульсациями в газе.

2. Метод апробирован на результатах систематического численного интегрирования дифференциальных уравнений пограничного слоя и характеризуется столь низким уровнем погрешности, что делает обоснованным его применение для большинства практических приложений.

ЛИТЕРАТУРА

[1] Землянский Б.А., Лунев В.В., Власов В.И., Горшков А.Б., Залогин Г.Н., Ковалев Р.В. и др. *Конвективный теплообмен летательных аппаратов*. Москва, Физматлит, 2014, 377 с.

[2] Горский В.В. Методика численного решения уравнений двумерного ламинарно-турбулентного пограничного слоя на проницаемой стенке затупленного тела вращения. *Космонавтика и ракетостроение*, 2017, № 3, с. 90–97.

[3] Горский В.В., Ковальский М.Г. Методика численного моделирования обтекания осесимметричного затупленного тела в недорасширенной струе продуктов сгорания жидкостного ракетного двигателя. *Математическое моделирование и численные методы*, 2017, № 2, с. 65–80.

[4] Горский В.В., Ковальский М.Г. Методика численного решения уравнений ламинарно-турбулентного пограничного слоя на осесимметричном затупленном теле в струе продуктов сгорания ЖРД. *Математическое моделирование и численные методы*, 2018, № 2, с. 94 –105.

[5] Димитриенко Ю.И., Коряков М.Н., Захаров А.А., Строганов А.С. Численное моделирование сопряженных аэрогазодинамических и термомеханических процессов в композитных конструкциях высокоскоростных летательных аппаратов. *Математическое моделирование и численные методы*, 2014, № 3 (3), с. 3–24.

[6] Гиршфельдер Дж., Кертис Ч., Берд Р. *Молекулярная теория газов и жидкостей*. Москва, Изд-во иностранной литературы, 1961, 929 с.

[7] Лойцянский Л.Г. *Механика жидкости и газа*. Москва, Дрофа. 2003, 840 с.

[8] Горский В.В., Федоров С.Н. Об одном подходе к расчету вязкости диссоциированных газовых смесей, образованных из кислорода, азота и углерода. *Инженерно-физический журнал*, 2007, т. 80, № 5, с. 97–101.

[9] Cebeci T., Smith A.M.O. *Analysis of Turbulent Boundary Layers*. New York; San Francisco, London, Academic Press, 1974, 404 p.

[10] Gorskii V.V., Pugach M.A. Comparison of calculated and experimental data on laminar-turbulent heat transfer on the hemisphere surface streamlined by a supersonic air flow. *High Temperature*, 2015, vol. 53, iss. 2, pp. 223–227.

[11] Уидхопф Дж.Ф., Холл Р. Измерение теплопередачи на затупленном конусе под углом атаки при переходном и турбулентном режиме течения. *Ракетная техника и космонавтика*, 1972, т. 10, № 10, с. 71–78.

[12] Widhopf G.F. *Laminar*, *Transitional and Turbulent Heat Transfer Measurement on a Yawed Blunt Conical Nose Tip*. TR-0172 (S2816-60), 3, Aug, 1972, the Aerospace Corp., San Bernardino, Calif.

[13] Горский В.В. *Теоретические основы расчета абляционной тепловой защиты*. Москва, Научный мир, 2015, 688 с.

[14] Горский В.В., Ковальский М.Г., Пугач М.А. Новый инженерный метод расчета теплообмена в ламинарно-турбулентном пограничном слое. *Инженерно-физический журнал*, 2018, т. 91, № 5, с. 1383–1391.

[15] Линник Ю.В. *Метод наименьших квадратов и основы математико-статистической теории обработки наблюдений*. Москва, Физматгиз, 1958, 333 с.

[16] Аоки М. *Введение в методы оптимизации. Основы и приложения нелинейного программирования*. Москва, Наука, 1977, 343 с.

[17] Мугалаев В.П. Исследование теплообмена и характеристик пограничного слоя на пористой поверхности. *Тепло– и массоперенос. Т. 1: Тепло– и массоперенос при взаимодействии тел с потоками жидкости и газов.* Минск, Наука и техника, 1968, с. 32–38.

[18] Романенко П.Н. *Гидродинамика и теплообмен в пограничном слое.* Москва, Энергия, 1974, 464 с.

[19] Горский В.В., Пугач М.А. Оценка влияния вдува газа на конвективный теплообмен в ламинарном и турбулентном пограничных слоя. *Ученые записки ЦАГИ*, 2016, т. 47, № 4, с. 34–43.

[20] Горский В.В., Локтионова А.Г. Методика расчёта степени блокировки теплообмена в ламинарно-турбулентном пограничном слое на поверхности затупленного конуса в результате вдува газа. *Космонавтика и ракетостроение*, 2018, № 5, с. 72–38.

Статья поступила в редакцию 26.08.2019

Ссылку на эту статью просим оформлять следующим образом:

Горский В.В., Локтионова А.Г. Моделирование теплообмена и трения в тонком воздушном ламинарно-турбулентном пограничном слое над поверхностью полусферы. *Математическое моделирование и численные методы*, 2019, № 2, с. 51–67.

Горский Валерий Владимирович — д-р техн. наук, главный научный сотрудник отделения аэродинамики и баллистики АО «ВПК «НПО машиностроения», профессор кафедры «Вычислительная математика и математическая физика» МГТУ им. Н.Э. Баумана. Область научных интересов: численное моделирование, конвективный теплообмен, абляция, комплексные задачи газовой механики.

Локтионова Анастасия Генадьевна — студентка факультет «Аэрокосмический» МГТУ им. Н.Э. Баумана. e-mail: makonka7@gmail.com

Heat exchange and friction in a thin air laminar-turbulent boundary layer over a hemisphere surface

© V.V. Gorskii[1,2], A.G. Loktionova[2]

[1]Joint stock company “Military and industrial corporation”, Reutov, 143966, Russia
[2]Bauman Moscow State Technical University, Moscow, 105005, Russia

Spherical aircraft elements are related to a number of their fragments influ-enced by the maximum heat fluxes. As a result calculating thermal and force loading of a hemisphere is of particular interest. This problem is one of the most acute within the extremely high Reynolds numbers that correspond to laminar-turbulent gas flow in a boundary layer over a hemisphere. At the same time, the fundamental monograph [1] on the aircraft convective heat exchange, which summarizes the results of many years of research on this problem, doesn’t pay proper attention to this issue. At the same time, the work [2] shows that using the approaches for a hemisphere outlined in the monograph [1] is associated with a number of significant errors within the range of extremely high Reynolds numbers. Calculating heat transfer and friction on the porous wall which correct solution has been missing by

now is one of the least studied problems of laminar-turbulent heat exchange. The purpose of this article is to develop a highly accurate engineering method for calculating heat transfer and friction in a laminar-turbulent boundary layer on a hemisphere.

Keywords: *boundary layer, heat transfer, friction, turbulence*

REFERENCES

[1] Zemlyanskiy B.A., Lunev V.V., Vlasov V.I., Gorshkov A.B., Zalogin G.N., Kovalev R.V., et al. *Konvektivny teploobmen letatelnykh apparatov* [Convective heat exchange of aircraft]. Moscow, Fizmatlit Publ., 2014, 377 p.

[2] Gorskii V.V. *Kosmonavtika i raketostroenie — Cosmonautics and Rocket Engineering*, 2017, no. 3, pp. 90–97.

[3] Gorskii V.V., Kovalsky M.G. *Matematicheskoe modelirovanie i chislennye metody — Mathematical modeling and Computational Methods*, 2017, no. 2, pp. 65–80.

[4] Gorskii V.V., Kovalsky M.G. *Matematicheskoe modelirovanie i chislennye metody — Mathematical modeling and Computational Methods*, 2018, no. 2, pp. 94–105.

[5] Dimitrienko Yu.I., Koryakov M.N., Zakharov A.A., Stroganov A.S. *Matematicheskoe modelirovanie i chislennye metody — Mathematical Modeling and Computational Methods*, 2014, no. 3 (3), pp. 3–24.

[6] Girshfelder G., Kertis Ch., Berd R. *Molekulyarnaya teoriya gazov i zhidkostey* [Molecular theory of gases and liquids]. Moscow, Inostrannaya Literatura Publ., 1961, 929 p.

[7] Loytsyanskiy L.G. *Mekhanika zhidkosti i gaza* [Fluid mechanics]. Moscow, Drofa Publ., 2003, 840 p.

[8] Gorskiy V.V., Fedorov S.N. *Inzhenerno-Fizicheskii Zhurnal — Journal of Engineering Thermophysics*, 2007, vol. 80, no. 5, pp. 97–101.

[9] Cebeci T., Smith A.M.O. *Analysis of Turbulent Boundary Layers*. New York, San Francisco, London: Academic Press, 1974, 404 p.

[10] Gorskii V.V., Pugach M.A. Comparison of calculated and experimental data on laminar-turbulent heat transfer on the hemisphere surface streamlined by a supersonic air flow. *High Temperature*, 2015, vol. 53, iss. 2, pp. 223–227.

[11] Widhopf G.F., Hall R. *AIAA Journal*, 1972, vol. 10, no. 10, pp. 71–78.

[12] Widhopf G.F. *Laminar, Transitional and Turbulent Heat Transfer Measurement on a Yawed Blunt Conical Nose Tip*. TR-0172 (S2816-60), 3, Aug, 1972, the Aerospace Corp., San Bernardino, Calif.

[13] Gorskii V.V. *Teoreticheskie osnovy rascheta ablyatsionnoy teplovoy zashchity* [Theoretical bases of calculation of ablative thermal protection]. Moscow, Nauchnyy mir Publ., 2015, 688 p.

[14] Gorskii V.V., Kovalskii M.A., Pugach M.A. *Inzhenerno-Fizicheskii Zhurnal — Journal of Engineering Thermophysics*, 2015, vol. 91, no. 5, pp. 1383–1391.

[15] Linnik Yu.V. *Metod naimen'shih kvadratov i osnovy matematiko-statisticheskoj teorii obrabotki nablyudenij* [Method of minimum squares and fundamentals of the processing observations mathematical and statistical theory]. Moscow, Fizmatgiz Publ., 1958, 333 p.

[16] Aoki M. *Vvedenie v metody optimizacii. Osnovy i prilozheniya nelinejnogo programmirovaniya* [Introduction to optimization methods. Fundamentals and applications of nonlinear programming]. Moscow, Nauka Publ., 1977, 343 p.

[17] Mugalev V.P. Issledovanie teploobmena i harakteristik pogranichnogo sloya na poristoj poverhnosti [Investigation of heat transfer and characteristics of boundary layer on a porous surface]. *Teplo– i massoperenos. T. 1: Teplo– i massoperenos pri vzaimodejstvii tel s potokami zhidkosti i gazov* [Heat and mass transfer. Vol. 1. Heat and mass transfer within bodies interaction with flows of liquid and gases]. Minsk, Nauka i tekhnika Publ., 1968, pp. 32–38.

[18] Romanenko P.N. *Gidrodinamika i teploobmen v pogranichnom sloe* [Hydrodynamics and heat transfer in boundary layer]. Moscow, Energia Publ., 1974, 464 p.

[19] Gorskii V.V., Pugach M.A. *Uchenye zapiski TsAGI — TsAGI Scientific Notes,* 2016, vol. 47, no. 4, pp. 34–43.

[20] Gorskii V.V., Loktionova A.G. *Kosmonavtika i raketostroenie — Astronautics and rocket science*, 2018, no. 5, pp. 72–78.

Gorskii V.V., Dr. Sc. (Eng.), Chief Research Fellow, Department of Aerodynamics and Ballistics, Joint stock company “Military and industrial corporation”, Professor, Department of Computational Mathematics and Mathematical Physics, Bauman Moscow State Technical University. Research interests: numerical simulation, convective heat transfer, ablation, complex problems of gas mechanics.

Loktionova A.G., student, Department of Computational Mathematics and Mathematical Physics, Bauman Moscow State Technical University. e-mail: makonka7@gmail.com