УДК 519.8 DOI: 10.18698/2309-3684-2019-1-5464

Стохастическая модель отражения атаки разнотипных средств при упреждающем ударе одной из сторон

© В.Ю. Чуев, И.В. Дубограй

МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, 105005, Россия

На основе теории непрерывных марковских процессов разработана стохастическая модель отражения боевой единицей атаки двух разнотипных единиц противника при упреждающем ударе одной из противоборствующих сторон. Получены расчётные формулы для вычисления текущих и окончательных состояний. Показано, что выбор обороняющейся единицей тактики ведения огня не зависит от того, какая из противоборствующих сторон наносит упреждающий удар, но её правильный выбор может существенно увеличить вероятность её победы. Разработанная в настоящей статье модель двухстороннего боя может быть использована для оценки боевой эффективности многоцелевых систем вооружения.

Ключевые слова: *непрерывный марковский процесс, боевая единица, эффективная скорострельность, упреждающий удар, тактика ведения огня*

Введение. При разработке новых технических систем возникает, как правило, задача построения математической модели их функционирования для оценки качества их работы [1–2]. Математическое моделирование двухсторонних боевых действий нашло широкое применение при решении различных военно-технических и военно-тактических задач [3–8].

Рассмотрим следующую задачу. Пусть боевой единице X поставлена задача отразить атаку двух разнотипных единиц стороны Y, первая из которых менее уязвима и более опасна (в дальнейшем будем её называть первой единицей стороны Y). Возникает вопрос, какую из единиц стороны Y единица X должна обстреливать в первую очередь.

Одним из возможных способов построения модели двухсторонних боевых действий является использование теории непрерывных марковских процессов [9]. Процесс, протекающий в системе, называется марковским, если для каждого момента времени вероятность состояния системы в будущем зависит только от её состояния в настоящий момент и не зависит от того, каким образом система пришла в это состояние [10–11].

Последовательность выстрелов, осуществляемых каждой участвующей в бою единицей, представляется в виде пуассоновского потока событий [12]. Применяется также приём, заключающийся в переходе от потока выстрелов к потоку успешных выстрелов, который также считается пуассоновским. Выстрел назовём успешным, если он поражает боевую единицу противника [13–14].

Основные математические зависимости и формулы. Введём следующие обозначения: p_{x1}, p_{x2} — вероятности поражения первой и второй единиц стороны Y соответственно одним выстрелом единицы X; p_{y1}, p_{y2} — вероятности поражения единицы X одним выстрелом первой и второй единиц стороны Y; λ_{x1}, λ_{x2} — практические скорострельности единицы X при стрельбе по первой и второй единицам стороны Y; λ_{y1}, λ_{y2} — практические скорострельности первой и второй единиц стороны Y. Величины $v_1 = p_{x1}\lambda_{x1}$, $v_2 = p_{x2}\lambda_{x2}$, $u_1 = p_{y1}\lambda_{y1}$, $u_2 = p_{y2}\lambda_{y2}$ будем называть эффективными скорострельностями боевых единиц, полагая их в течение всего боя постоянными, при этом $v_1 < v_2$, $u_1 > u_2$.

При описании боя с использованием теории непрерывных марковских процессов его протекание будет характеризоваться системой (i, j, k), где i характеризует состояние единицы X, j, k характеризуют состояния первой и второй единиц стороны Y соответственно. Значения i, j, k, равные единице, соответствуют тому, что данная единица продолжает бой, а значения i, j, k, равные нулю – тому, что данная боевая единица уничтожена (поражена). Состояние $(0,0,0)$ не является состоянием данной системы, так как вероятность одновременного поражения двух и более единиц является бесконечно малой величиной. Полагаем, что бой ведётся до уничтожения единицы X или обеих единиц стороны Y.

Считаем, что в течение времени t_c единица X ведёт огонь по противнику, не испытывая ответного противодействия (аналогичная модель боя при одновременном открытии огня обеими сторонами приведена в [15]). Также считаем, что единица X сначала обстреливает первую единицу противника, а при её уничтожении переносит огонь на вторую. Тогда на интервале времени $t \in [0; t_c]$ процесс протекания боя опишется системой

$$\begin{cases} F'_{100}(t) = v_2 F_{101}(t) \\ F'_{101}(t) = v_1 F_{111}(t) - v_2 F_{101}(t) \\ F'_{111}(t) = -v_1 F_{111}(t) \\ F'_{0jk}(t) = 0 \; при \; j,k = 0;1 \end{cases}$$

с начальными условиями

$$\begin{cases} F_{111}(0)=1 \\ F_{ijk}(0)=0 \text{ при } i+j+k<3 \end{cases}, \qquad (1)$$

где $F_{ijk}(t)$ — вероятность того, что в момент времени t система находится в состоянии (i,j,k); $F'_{ijk}(t)$ — их производные по времени.

В момент времени t_c открытия стороной Y ответного огня получаем

$$\begin{cases} F_{100}(t_c)=1-\dfrac{v_2e^{-v_1t_c}-v_1e^{-v_2t_c}}{v_2-v_1}=c_0 \\ F_{101}(t_c)=\dfrac{v_1}{v_2-v_1}\left(e^{-v_1t_c}-e^{-v_2t_c}\right)=c_1 \\ F_{111}(t_c)=e^{-v_1t_c}=c_2 \\ F_{0jk}(t_c)=0 \text{ при } j,k=0,1. \end{cases}. \qquad (2)$$

Дальнейшее протекание боя опишется системой уравнений

$$\begin{cases} F'_{001}(t)=u_2F_{101}(t) \\ F'_{100}(t)=v_2F_{101}(t) \\ F'_{011}(t)=-(u_1+u_2)F_{111}(t) \\ F'_{101}(t)=-(v_2+u_2)F_{101}(t)+v_1F_{111}(t) \\ F'_{111}(t)=-(v_1+u_1+u_2)F_{111}(t) \end{cases} \qquad (3)$$

с начальными условиями (2).

Вероятности окончательных состояний системы (состояний системы к концу боя) $F_{ijk}(\infty)$ имеют следующий вид:

$$\begin{cases} F_{100}(\infty)=c_0+c_1\dfrac{v_2}{v_2+u_2}+c_2\dfrac{v_1v_2}{(v_2+u_2)(v_1+u_1+u_2)} \\ F_{001}(\infty)=c_1\dfrac{u_2}{v_2+u_2}+c_2\dfrac{v_1u_2}{(v_2+u_1)(v_1+u_1+u_2)} \\ F_{011}(\infty)=c_2\dfrac{u_1+u_2}{v_1+u_1+u_2} \end{cases}.$$

Заметим, что в данном случае состояния (1,1,0) и (0,1,0) не являются состояниями рассматриваемой системы, так как единица X начинает обстреливать вторую единицу стороны Y только после уничтожения её первой единицы.

Пусть по-прежнему единица X в течение времени t_c наносит упреждающий удар, но боевые действия она начинает с обстрела второй единицы. Тогда в течение времени $t \in [0; t_c]$ процесс протекания боя опишется системой уравнений

$$\begin{cases} G'_{100}(t) = v_1 G_{110}(t) \\ G'_{110}(t) = v_2 G_{111}(t) - v_1 G_{110}(t) \\ G'_{111}(t) = -v_2 G_{111}(t) \\ G'_{0jk}(t) = 0 \text{ при } j,k = 0;1 \end{cases}$$

с начальными условиями (1), где $G_{ijk}(t)$ — вероятности того, что в момент времени t_c система находится в состоянии (i, j, k); $G'_{ijk}(t)$ — их производные по времени.

В момент времени t_c открытия стороной Y ответного огня получаем:

$$\begin{cases} G_{100}(t_c) = 1 - \dfrac{v_2 e^{-v_1 t_c} - v_1 e^{-v_2 t_c}}{v_2 - v_1} = l_0 = c_0 \\ G_{110}(t_c) = \dfrac{v_2}{v_2 - v_1}\left(e^{-v_1 t_c} - e^{-v_2 t_c}\right) = l_1 \\ G_{111}(t_c) = e^{-v_2 t_c} = l_2 \\ G_{0jk}(t_c) = 0 \text{ при } j,k = 0,1 \end{cases} . \tag{4}$$

Дальнейшее протекание боя опишется системой уравнений

$$\begin{cases} G'_{010}(t) = u_1 G_{110}(t) \\ G'_{100}(t) = v_1 G_{110}(t) \\ G'_{011}(t) = (u_1 + u_2) G_{111}(t) \\ G'_{110}(t) = -(v_1 + u_1) G_{110}(t) + v_2 G_{111}(t) \\ G'_{111}(t) = -(v_2 + u_1 + u_2) G_{111}(t) \end{cases} \tag{5}$$

с начальными условиями (4).

Вероятности окончательных состояний $G_{ijk}(\infty)$ примут следующий вид:

$$\begin{cases} G_{100}(\infty) = l_0 + l_1 \dfrac{v_1}{v_1+u_1} + l_2 \dfrac{v_1 v_2}{(v_1+u_1)(v_2+u_1+u_2)} \\ G_{010}(\infty) = l_1 \dfrac{u_1}{v_1+u_1} + l_2 \dfrac{v_2 u_1}{(v_1+u_1)(v_2+u_1+u_2)} \\ G_{011}(\infty) = l_2 \dfrac{u_1+u_2}{v_2+u_1+u_2} \end{cases}.$$

В данном случае состояния (1,0,1) и (0,0,1) состояниями системы не являются.

При упреждающем ударе стороны Y в течение времени t_c на интервале времени $t \in [0;t_c]$ процесс протекания боя опишется системой уравнений

$$\begin{cases} F'_{011}(t) = (u_1+u_2) F_{111}(t) \\ F'_{111}(t) = -(u_1+u_2) F_{111}(t) \\ F'_{100}(t) = F'_{010}(t) = F'_{001}(t) = F'_{110}(t) = F'_{101}(t) = 0 \end{cases}$$

с начальными условиями (1).

В момент времени t_c открытия единицей X ответного огня получаем

$$\begin{cases} F_{011}(t_c) = 1 - e^{-(u_1+u_2)t_c} = d_0 \\ F_{111}(t_c) = e^{-(u_1+u_2)t_c} = d_1 \\ F_{100}(t_c) = F_{010}(t_c) = F_{001}(t_c) = F_{110}(t_c) = F_{101}(t_c) = 0 \end{cases}. \qquad (6)$$

Если после открытия ответного огня единица X в первую очередь ведёт обстрел первой единицы стороны Y, то дальнейшее протекание боя опишется системой уравнений (3) с начальными условиями (6).

Вероятности окончательных состояний примут следующий вид:

$$\begin{cases} F_{100}(\infty) = \dfrac{d_1 v_1 v_2}{(v_2+u_2)(v_1+u_1+u_2)} \\ F_{001}(\infty) = \dfrac{u_2}{v_2} F_{100}(\infty) \\ F_{011}(\infty) = 1 - \dfrac{d_1 v_1}{v_1+u_1+u_2} \end{cases}.$$

Если же единица X начинает боевые действия с ведения огня по второй единице стороны Y и только после её поражения переносит огонь на первую, дальнейшее протекание боя опишется системой уравнений (5) с начальными условиями (6).

Вероятности окончательных состояний примут в этом случае следующий вид:

$$\begin{cases} G_{100}(\infty) = \dfrac{d_1 v_1 v_2}{(v_1 + u_1)(v_2 + u_1 + u_2)} \\ G_{010}(\infty) = \dfrac{u_1}{v_1} G_{100}(\infty) \\ G_{011}(\infty) = 1 - \dfrac{c_1 v_2}{v_2 + u_1 + u_2} \end{cases}.$$

В качестве критерия оптимальности ведения огня единицей X примем максимум вероятности её победы, которая равна $P_{0x} = F_{100}(\infty)$ или $P_{0x} = G_{100}(\infty)$. Для этого вычислим разность Δ_i:

а) при упреждающем ударе единицы X

$$\Delta_1 = F_{100}(\infty) - G_{100}(\infty) =$$

$$= v_1 v_2 \frac{v_1 u_1 - v_1 u_2 + u_1^2 - u_2^2}{(v_2 - v_1)(v_1 + u_1)(v_2 + u_2)} \left(\frac{e^{-v_1 t_c}}{v_1 + u_1 + u_2} - \frac{e^{-v_2 t_c}}{v_2 + u_1 + u_2} \right);$$

б) при упреждающем ударе единицы Y

$$\Delta_2 = F_{100}(\infty) - G_{100}(\infty) =$$

$$= \frac{v_1 v_2 (v_1 u_1 - v_1 u_2 + u_1^2 - u_2^2)}{(v_1 + u_1)(v_2 + u_2)(v_1 + u_1 + u_2)(v_2 + u_1 + u_2)} e^{-(u_1 + u_2) t_c};.$$

Получаем, что знак величин Δ_1 и Δ_2 определяется знаком выражения

$$\Delta_0 = v_1 u_1 - v_1 u_2 + u_1^2 - u_2^2,$$

то есть выбор очерёдности обстрела единицей X единиц противника не зависит от того, какая из противоборствующих сторон наносит упреждающий удар.

Введём обозначения:

$$a = \frac{v_1}{u_1}, \quad b = \frac{v_2}{u_1}, \quad c = \frac{u_2}{u_1}.$$

Тогда

$$\Delta_0 = u_1^2 \left(a - bc + 1 - c^2 \right),$$

при этом

$$b > 0, \quad a \in (0; b), \quad c \in (0; 1).$$

Заметим, что при $\frac{v_1}{v_2} > \frac{u_2}{u_1}$ и при $\frac{v_1 + u_1}{v_2 + u_2} > \frac{u_2}{u_1}$ единица X должна в обоих случаях в первую очередь вести огонь по первой единице стороны Y.

Анализ результатов работы. На рис. 1 показаны области выгодности различных тактик ведения огня единицей X. Знаком $\oplus$ отмечена область, когда единице X следует в первую очередь вести огонь по первой единице стороны Y (более опасной и менее уязвимой), знаком $\otimes$ — область, когда единице X следует в первую очередь вести огонь по второй единице стороны Y.

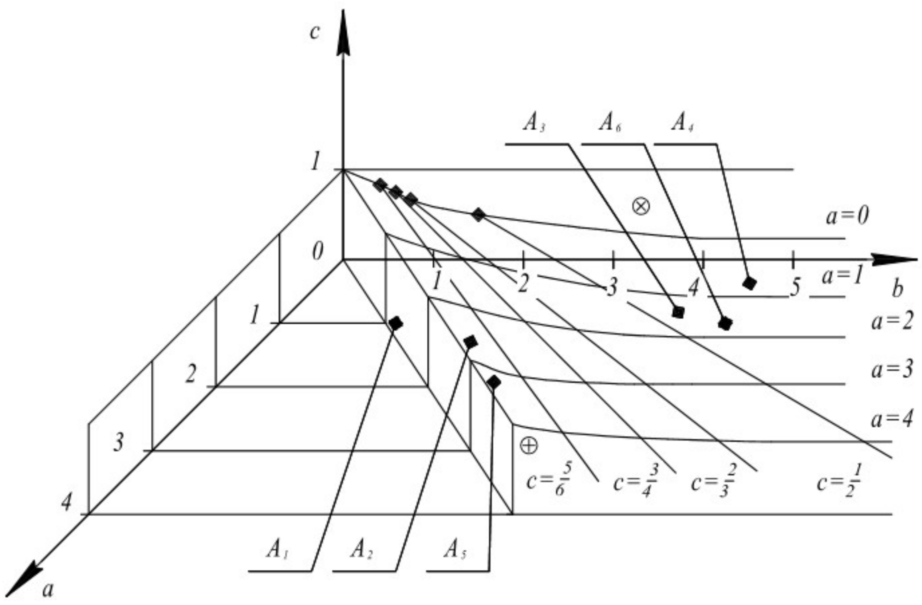

Рис. 1. Области выгодности различных тактик ведения огня единицей X

Как показали результаты расчётов, выбор единицей X правильной тактики ведения огня может существенно увеличить вероятность её победы. Так, например, для $v_1 = 0,012$, $v_2 = 0,013$, $u_1 = 0,01$, $u_2 = 0,002$ (этому соответствуют $a = 1,2,\ b = 1,3,\ c = 0,2$) при одновременном открытии огня обеими сторонами получаем $F_{100}(\infty) = 0,433$, $G_{100}(\infty) = 0,286$, $\Delta = 0,147$, а для $v_1 = 0,03$, $v_2 = 0,04$, $u_1 = 0,02$, $u_2 = 0,004$ ($a = 1,5,\ b = 2,\ c = 0,2$) при упреждающем ударе стороны Y в течение времени $t_c = 25$ секунд получаем $F_{100}(\infty) = 0,277$, $G_{100}(\infty) = 0,206$, $\Delta = 0,071$. То есть в этих случаях единице X необходимо в первую очередь вести обстрел первой единицы противника, что увеличивает вероятность её победы более чем в 1,3 раза. На рис. 1 этим случаям соответствуют точки A_1 и A_2.

С другой стороны, для $v_1 = 0,03$, $v_2 = 0,1$, $u_1 = 0,02$, ; $u_2 = 0,019$, $u_2 = 0,019$ ($a = 1,5$, $b = 5$, $c = 0,95$) при одновременном открытии огня обеими сторонами получаем $F_{100}(\infty) = 0,365$, $G_{100}(\infty) = 0,432$, $\Delta = -0,067$, а для $v_1 = 0,04$, $v_2 = 0,2$, $u_1 = 0,04$, $u_2 = 0,036$, ($a = 1$, $b = 5$, $c = 0,9$) при упреждающем ударе единицы X в течение времени $t_c = 25$ секунд $F_{100}(\infty) = 0,551$, $G_{100}(\infty) = 0,620$, $\Delta = -0,069$. То есть в этих случаях единице X целесообразно в первую очередь вести огонь по второй единице стороны Y, что заметно увеличивает вероятность её победы. На рис. 1 этим случаям соответствуют точки A_3 и A_4.

Нельзя не отметить существенное влияние на исход боя и его основные показатели упреждающего удара одной из противоборствующих сторон, причём это влияние велико как при правильном, так и неправильном выборе тактики ведения огня единицей X. Для $v_1 = 0,02$, $v_2 = 0,025$, $u_1 = 0,01$, $u_2 = 0,002$ ($a = 2$, $b = 2,5$, $c = 0,2$) при упреждающем ударе единицы X в течение времени $t_c = 25$ секунд получаем $F_{100}(\infty) = 0,723$, $G_{100}(\infty) = 0,587$, а при упреждающем ударе стороны Y в течение такого же времени $F_{100}(\infty) = 0,429$ и $G_{100}(\infty) = 0,334$. Аналогично для $v_1 = 0,025$, $v_2 = 0,1$, $u_1 = 0,02$, $u_2 = 0,019$ ($a = 1,25$, $b = 5$, $c = 0,95$) при упреждающем ударе единицы X при $t_c = 25$ секунд получаем $F_{100}(\infty) = 0,616$, $G_{100}(\infty) = 0,682$, а при упреждающем ударе стороны Y в течение того же времени $F_{100}(\infty) = 0,124$ и $G_{100}(\infty) = 0,151$. На рис. 1 этим случаям соответствуют точки A_5 и A_6.

Выводы. Таким образом, результаты настоящей статьи позволяют сделать следующие выводы. На основе теории непрерывных марковких процессов разработана модель боя одной боевой единицы против двух разнотипных единиц противника при упреждающем ударе одной из противоборствующих сторон. Проиллюстрированы области оптимальности применения различных тактик ведения огня единицей X. Показано, что упреждающий удар одной из противоборствующих сторон эти области не изменяет, но оказывает существенное влияние на исход и основные показатели боя. Установлено, что выбор единицей X правильной тактики ведения огня может существенно увеличить вероятность её победы. Разработанная модель двухстороннего боя может быть использована для оценки боевой эффективности многоцелевых комплексов вооружения.

ЛИТЕРАТУРА

[1] Александров А.А., Димитриенко Ю.И. Математическое и компьютерное моделирование — основа современных инженерных наук. *Математическое моделирование и численные методы*, 2014, № 1, с. 3–4.

[2] Зарубин В.С., Кувыркин Г.Н. Особенности математического моделирования технических устройств. *Математическое моделирование и численные методы*, 2014, № 1, с. 5–17.

[3] Вентцель Е.С. *Исследование операций: задачи, принципы и методология*. Москва, УРСС, 2006, 432 с.

[4] Чуев Ю.В. *Исследование операций в военном деле*. Москва, Воениздат, 1970, 270 с.

[5] Bretnor R. *Decisive warfare: a study in military theory*. New York, Stackpole Books, 1969, p. 192.

[6] Hillier F.S., Lieberman G.J. *Introduction to Operations Research*. New York, McGraw-Hill, 2005, 998 p.

[7] Shamahan L. *Dynamics of Model Battles*. New York, Physics Department, State University of New York, 2005, pp. 1–43.

[8] Taylor J.G. *Force-on-force attrition modeling*. Military Applications Section of Operations Research Society of America, 1980, 320 p.

[9] Алексеев О.Г., Анисимов В.Г., Анисимов Е.Г. *Марковские модели боя*. Москва, Министерство обороны СССР, 1985, 85 с.

[10] Вентцель Е.С. *Теория вероятностей*. Москва, КноРус, 2016, 658 с.

[11] Вентцель Е.С., Овчаров Л.А. *Теория случайных процессов и ее инженерные приложения*. Москва, Кнорус, 2015, 448 с.

[12] Чуев В.Ю., Дубограй И.В. Модели двусторонних боевых действий многочисленных группировок. *Математическое моделирование и численные методы*, 2016, № 1, с. 89–104.

[13] Чуев В.Ю., Дубограй И.В. Стохастизм и детерминизм при моделировании двухсторонних боевых действий. *Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Естественные науки*, 2017, № 4, с. 16–25.

[14] Чуев В.Ю., Дубограй И.В. *Модели динамики средних двухсторонних боевых действий многочисленных группировок*. Саарбрюкен, LAP LAMBERT Academic Publishing, 2014, 72 с.

[15] Чуев В.Ю., Дубограй И.В., Анисова Т.Л. Вероятностная модель отражения атаки разнотипных средств. *Математическое моделирование и численные методы*, 2018, № 1, с. 90–97.

Статья поступила в редакцию 13.09.2019

Ссылку на эту статью просим оформлять следующим образом:

Чуев В.Ю., Дубограй И.В. Стохастическая модель отражения атаки разнотипных средств при упреждающем ударе одной из сторон. *Математическое моделирование и численные методы*, 2019, № 1, с. 54–64.

Чуев Василий Юрьевич — канд. техн. наук, доцент кафедры «Вычислительная математика и математическая физика» МГТУ им. Н.Э. Баумана. Автор более 20 научных работ в области прикладной математики. e-mail: vacilious@mail.ru

Дубограй Ирина Валерьевна — доцент кафедры «Вычислительная математика и математическая физика» МГТУ им. Н.Э. Баумана. Автор ряда научных работ в области прикладной математики. e-mail: irina.dubograi@yandex.ru

Stochastic model of repelling of attacks made by different types of means with a preemptive strike by one of the parties

© V.Yu. Chuev, I.V. Dubogray

Bauman Moscow State Technical University, Moscow, 105005, Russia

On the basis of the theory of continuous Markov processes, it was developed a stochastic model of reflection by the combat unit of the attack of two different types of enemy units with a preemptive strike of one of the opposing sides. The calculation formulas for calculating the current and final status are obtained. It is shown that the choice of the defending unit of tactics of firing does not depend on which of the opposing sides causes a preemptive strike, but it's correct choice can significantly increase the probability of it's victory. The model of two-way combat developed in this article can be used for estimation of the multi-purpose weapons systems combat effectiveness.

Keywords: *continuous Markov process, combat unit, effective rate of fire, preemptive strike, tactics of fire.*

REFERENCES

[1] Alexandrov A.A., Dimitrienko Yu.I. *Matematicheskoe modelirovanie i chislennye metody — Mathematical modeling and Computational Methods*, 2014, no. 1, pp. 3–4.

[2] Zarubin V.S., Kuvyrkin G.N. *Matematicheskoe modelirovanie i chislennye metody — Mathematical modeling and Computational Methods*, 2014, no. 1, pp. 5–17.

[3] Venttsel E.S. *Issledovanie operatsiy: zadachi, printsipy, metodologiya* [Operations research: objectives, principles, methodology]. Moscow, URSS Publ., 2006, 432 p.

[4] Chuev Yu.V. *Issledovanie operatsiy v voennom dele* [Operations research in military arts]. Moscow, Voenizdat Publ., 1970, 270 p.

[5] Bretnor R. *Decisive warfare: a study in military theory*. New York, Stackpole Books, 1969, p. 192.

[6] Hillier F.S., Lieberman G.J. *Introduction to Operations Research*. New York, McGraw-Hill, 2005, 998 p.

[7] Shamahan L. *Dynamics of Model Battles*. New York, Physics Department, State University of New York, 2005, pp. 1–43.

[8] Taylor J.G. *Force-on-force attrition modeling*. Military Applications Section of Operations Research Society of America, 1980, 320 p.

[9] Alekseev O.G., Anisimov V.G., Anisimov E.G. *Markovskie modeli boya* [Markov's battle models]. Moscow, the USSR Ministry of Defense Publ., 1985, 85 p.

[10] Venttsel E.S. *Teoriya veroyatnostey* [Probability theory]. Moscow, KnoRus Publ., 2016, 658 p.

[11] Venttsel E.S., Ovcharov L.A. *Teoriya sluchaynykh protsessov i ee inzhenernye prilozheniya* [The theory of random processes and its engineering applications]. Moscow, Knorus Publ., 2015, 448 p.
[12] Chuev V.Yu., Dubogray I.V. *Matematicheskoe modelirovanie i chislennye metody — Mathematical modeling and Computational Methods*, 2016, no. 1, pp. 89–104.
[13] Chuev V.Yu., Dubogray I.V. *Vestnik MGTU im. N.E. Baumana. Ser. Estestvennye nauki — Herald of the Bauman Moscow State Technical University. Series Natural Sciences*, 2017, no. 4, pp. 16–25.
[14] Chuev V.Yu., Dubogray I.V. *Modeli dinamiki srednikh dvukhstoronnikh boevykh deystviy mnogochislennykh gruppirovok* [Dynamics models of the average bilateral military operations of numerous forces]. Saarbryukken, LAP LAMBERT Academic Publishing, 2014, 72 p.
[15] Chuev V.Yu., Dubogray I.V., Anisova T.L. *Matematicheskoe modelirovanie i chislennye metody — Mathematical modeling and Computational Methods*, 2018, no. 1, pp. 90–97.

Chuev V.Yu., Cand. Sc. (Eng.), Assoc. Professor, Department of Computational Mathematics and Mathematical Physics, Bauman Moscow State Technical University. Author of over 20 scientific papers in the field of applied mathematics. e-mail: vacilious@mail.ru

Dubogray I.V., Assoc. Professor, Department of Computational Mathematics and Mathematical Physics, Bauman Moscow State Technical University. Author of a number of scientific papers in the field of applied mathematics. e-mail: irina.dubograi@yandex.ru